

Решения задач теоретического тура

Ярославль,
16-20 мая

8-9 класс

1. Во время солнечного затмения лунная тень движется по поверхности Земли приблизительно с запада на восток со скоростью около 1 км/с (это скорость движения Луны по орбите). В ту же сторону, но с меньшей скоростью, происходит суточное движение земной поверхности: на экваторе его скорость достигает $2\pi R_{\oplus}/24^h = 0,5$ км/с, а на полюсах уменьшается до нуля. Поэтому в районе экватора скорость тени относительно поверхности составляет только 0,5 км/с. Приняв диаметр лунной тени в 200 км, легко вычислить, что в высоких широтах затмение может продолжаться около 3,5 минут, тогда как на вблизи экватора – до семи минут.

2. Солнце быстрее всего движется по эклиптике в первых числах января, когда Земля проходит через перигелий орбиты. В этот период Солнце находится в созвездии Стрельца и в зодиакальном знаке Козерога. Значит, через знак козерога Солнце проходит наиболее быстро.

3. Орбита кометы сильно вытянута, поэтому в афелии она находится на расстоянии около $2a_k$ от Солнца, а планета на расстоянии a_n (a – большая полуось орбиты). Значит отношение расстояний в афелии, найденное из третьего закона Кеплера:

$$\frac{2a_k}{a_n} = 2 \left(\frac{T_k}{T_n} \right)^{2/3} = 1,2.$$

Комета Галлея в афелии удаляется за орбиту Нептуна.

4. Это эффект контраста: на фоне ночного неба пепельный свет Луны виден, а на фоне яркого дневного – нет. Даже в момент полного затмения небо вблизи Луны ярко освещено солнечной короной.

5. Разница в 20^m уменьшает поток фотонов в 10^8 раз. Время экспозиции (3600^s) и площадь объектива ($\pi D^2/4 = 7854 \text{ см}^2$) увеличивают его в $3600 \cdot 7854 = 2,8 \cdot 10^7$ раз (потерь в оптике мы не учитываем). Следовательно, на пластинку попадает $0,28 \cdot 10^6$ фотонов.

6. На низкой круговой орбите корабль движется с первой космической скоростью:

$$V^2 = \frac{GM}{R},$$

где M и R – масса и радиус Земли. Его орбитальный период равен

$$P = \frac{2\pi R}{V} = 2\pi \left(\frac{R^3}{GM} \right)^{1/2}.$$

Учитывая, что средняя плотность $\rho = M/(4\pi R^3/3)$, получим:

$$\rho = \frac{3\pi}{GP^2}.$$

Следовательно, определив с помощью часов период обращения корабля вокруг планеты, можно вычислить ее среднюю плотность.

Решения задач теоретического тура

Ярославль,
16-20 мая

10-11 класс

1. Нет, не смогут. Вездеход должен двигаться со скоростью не больше первой космической, иначе он оторвется от поверхности и потеряет опору. Найдем время облета астероида по низкой орбите с этой предельной скоростью:

$$T = \frac{2\pi R}{V_1} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}.$$

Учтем, что плотность астероида выражается так: $\rho = 3M/4\pi R^3$. Тогда

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}.$$

Для поиска численных значений можно вспомнить, что у низколетящего спутника Земли $T = 1,5$ часа, а плотность Земли $\rho_{\oplus} = 5,5$ г/см³. Тогда для планеты плотности ρ (г/см²) получим:

$$T = 1,5 \sqrt{5,5/\rho} \text{ час} = 3,5/\sqrt{\rho} \text{ час}.$$

Зная плотность астероида, определим $T = 2,2$ часа. Значит, вездеход не сможет объехать астероид за 2 часа.

2. Расстояние от звезды до центра масс (r), лежащего на пересечении биссектрис треугольника, найдем с помощью теоремы Пифагора и теоремы о пересечении биссектрис, делящих друг друга в отношении 1 : 2. Следовательно, $r = L/\sqrt{3}$. Сложив по правилу параллелограмма силы, действующие на звезду, найдем ее ускорение к центру масс: $a = \sqrt{3}Gm/L^2$, где m – масса звезды. Это ускорение играет роль центростремительного (V^2/r), поэтому скорость вращения $V = \sqrt{Gm/L}$. А поскольку орбитальный период $P = 2\pi R/V$, то $(P/2\pi)^2 = L^3/(3Gm)$, откуда $m = 4\pi^2 L^3/(3GP^2)$.

3. Собственное движение звезды в угловых секундах за год легко перевести в тангенциальную скорость звезды:

$$V_1 = 4,74\mu/\pi = 15,8 \text{ км/с}.$$

Тогда полная скорость звезды $V = (V_r^2 + V_t^2)^{1/2} = 30$ км/с. Поскольку современное расстояние до звезды $D = 1/\pi = 5,1$ пк, то из подобия треугольников для минимального расстояния D_m имеем:

$$D_m = DV_t/V = V_t/(\pi V) = 2,7 \text{ пк}.$$

Длина пути до сближения определяется подобным же образом:

$$L = DV_r/V = V_r/(\pi V),$$

следовательно сближение произойдет через

$$\Delta t = L/V = V_r / (\pi V^2) = 150 \text{ тыс. лет.}$$

Освещенность Земли звездой изменится в $(D/D_m)^2$ раз, следовательно, ее звездная величина составит $m_m = 0.89 - 5 \lg(5,1/2,7) = -0,49$.

4. Линии в спектре быстро вращающейся планеты будут наклонены к протяжению спектра. Приближающийся к наблюдателю край диска планеты даст сдвиг одних концов линий в фиолетовую сторону спектра, удаляющийся же край – сдвиг других концов линий в красную сторону. Центр диска не даст никакого сдвига спектральных линий. Лучевая скорость будет пропорциональна расстоянию от центра диска. Поэтому наклонные линии будут прямыми.

5. Столько раз, сколько она пересекает небесный экватор. В течение сидерического месяца ($27,32^d$) она делает это дважды. Значит, в среднем 26 – 27 раз в течение года Луна видна в зените из различных точек на экваторе.

6. Максимальная высота гор (H) определяется из тех соображений, что при увеличении этой высоты на ΔH подножие горы плавится и вершина опускается на ΔH . При этом, работа силы тяжести на единицу площади составляет $(\rho \cdot H \cdot q \cdot \Delta H)$, где ρ – плотность пород, а энергия плавления $(\rho \Delta H Q)$. Приравняв эти величины, получим: $H = Q/q$.

Для Земли: $H = (60 \text{ кал/г} \cdot 4,2 \text{ Дж/кал}) / 968 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} = 26 \text{ км.}$

Для Марса: $H = 68 \text{ км.}$

Для Венеры: $H = 29 \text{ км.}$

Для Луны: $H = 155 \text{ км.}$