

VI Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Решения задач теоретического тура

Троицк,
24-30 марта 1999 г.

8-9 класс.

1. Чтобы Солнце не восходило в течение лунных суток, угол между осью вращения Луны и направлением на Солнце должен быть больше, чем $90^\circ + i = 91.5^\circ$. Отсюда угловое расстояние наблюдателя от полюса Луны не должно превышать 1.5° , т.е. селенографическая широта должна быть больше $90^\circ - 1.5^\circ = 88.5^\circ$.
2. Потому что, чем дальше от полюса, тем более длинные дуги оставляют звезды (больше их угловая скорость перемещения по небу), а следовательно, их свет размазывается на большую площадь, что и приводит к уменьшению яркости дуг.
3. В силу того, что Марс в среднем в полтора раза дальше от Солнца, чем Земля, угловой диаметр Солнца на марсианском небе в полтора раза меньше, чем на Земле, то есть около $20'$.
Из-за большой запыленности марсианской атмосферы небо приобретает красноватый оттенок. Тем не менее, из-за разреженности атмосферы, днем можно увидеть яркие звезды и планеты. Число звезд видимых днем можно увеличить, если подняться на одну из марсианских гор.
Звезды ночью видны лучше, чем на Земле, из-за меньшего поглощения в атмосфере. Предел для наблюдения невооруженным глазом составит около $7m$. Конфигурации созвездий точно такие же, как и на Земле. Движение Солнца и планет среди звезд будет почти таким же, как и для земного наблюдателя. Отличие состоит в том, что направление оси вращения Марса отличается от направления земной оси. Как следствие, суточное вращение будет происходить вокруг другой точки неба.
Условия видимости планет.
Максимальная элонгация Меркурия в полтора раза меньше, чем для земного наблюдателя. По-видимому, эта планета бывает редко доступна для наблюдений невооруженным глазом из-за большой близости к Солнцу.
Венера также будет располагаться ближе к Солнцу. Время её видимости сократится. При этом Венера останется самой яркой планетой на небе.
Земля окажется самой удобной для наблюдения внутренней планетой. Ярче нее только Венера и Юпитер. Максимальная элонгация Земли 38° . Рядом с Землей можно увидеть Луну.
Блеск внешних планет практически не меняется. Отличие состоит в том, что с Марса можно наблюдать Уран невооруженным глазом. Более того, наблюдаемыми становятся крупные астероиды главного пояса, такие как Веста и Церера.
Пожалуй, наибольшее отличие марсианского неба от земного состоит в

наличие двух «лун». И Фобос и Деймос обращены к Марсу одной стороной. Фобос движется по низкой орбите в сторону, обратную суточному вращению Марса. Это проявляется обратной сменой фаз. Причем, увидеть эту смену фаз можно три раза за сутки. Из-за близости к поверхности угловой размер Фобоса сильно зависит от высоты над горизонтом: в зените $15'$ и $9'$ у горизонта. Деймос располагается гораздо дальше от поверхности Марса. Лишь наблюдатель с острым зрением сможет увидеть маленький диск этой Луны ($2,5'$). Из-за таких спутников на Марсе не бывает полных солнечных затмений, но зато полные «лунные» затмения происходят весьма часто.

4. Телескоп увеличивает количество света от звезды, попадаемого в глаз наблюдателя, но не увеличивает, а только уменьшает видимую яркость неба (в этом легко убедиться, взглянув днем на небо в телескоп). Причина этого в том, что телескоп увеличивает угловой размер того небольшого кусочка неба, который виден в окуляр, как бы размазывая его свет на большую площадь, а это неизбежно приводит к тому, что небо в окуляр выглядит менее ярким, чем невооруженным глазом (строго говоря, это будет иметь место при любом увеличении, большем равнозрачкового). Поэтому на потемневшем фоне звезды будут легче различимы – особенно при использовании больших увеличений (но не на столько больших, при которых изображения звезд выглядят как размытые протяженные пятна, потому что тогда их яркость будет падать с ростом увеличения).

5. (только 8-й класс)

Период между двумя одноименными кульминациями звезды называется звездными сутками. Между двумя разноименными кульминациями проходит половина этого периода, т.е. половина звездных суток.

Таким образом, время $t_{н.к}$ ближайшей нижней кульминации равно:

$$t_{н.к} = 5^h 41^m + \frac{23^h 56^m}{2} = 17^h 39^m.$$

6. (только 8-й класс)

Большой телескоп собирает больше света, что позволяет видеть объекты более яркими. При этом, чем шире поток, принимаемый объективом телескопа, тем сильнее влияние атмосферной турбуленции, искажающей этот поток, что приводит к замазыванию изображения.

5. (только 9-й класс)

Линейный диаметр туманности составляет около $2,9$ пк (в одном радиане $180 \cdot 60 / \pi \approx 3438$ угловых минут, $2000 \cdot 5 / 3438 \approx 2,9$ пк). Для увеличения размеров на 10% (то есть, радиуса — на $0,145$ пк) требуется время

$$t \approx 0,145 \cdot 3,1 \cdot 10^{16} \text{ м} / 10^6 \text{ м/с} \approx 4,5 \cdot 10^9 \text{ с},$$

или около 140 лет.

6. (только 9-й класс)

Вариантов может быть много в зависимости от фантазии отвечающего, но все они сводятся к использованию второго закона Ньютона.

Наиболее практично измерять частоту колебаний тела (сравнивать с частотой колебания «гири»), прикрепленного к концу пружины или пружин, концы которых закреплены на массивном корпусе корабля.

VI Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Решения задач теоретического тура

Троицк,
24-30 марта 1999 г.

10 класс.

1. Так как нам известны широта и высота, то мы можем найти склонение Луны в этот (пока неизвестный для нас) день:

$$\begin{aligned}h_{\text{л}} &= 90^\circ - \varphi + \delta_{\text{л}} \\ \delta_{\text{л}} &= h_{\text{л}} - 90^\circ + \varphi \\ \delta_{\text{л}} &= 53^\circ,5 - 90^\circ + 60^\circ = 23^\circ,5.\end{aligned}$$

Поскольку Луна находится в узле, она наблюдается на эклиптике. Но так как Луна и Солнце во время полнолуния находятся в противоположных точках небесной сферы, то склонение Солнца равно $-23^\circ,5$. Следовательно, это произошло в одну из дат, близкую ко дню зимнего солнцестояния, то есть, в конце декабря.

2. Цвет звезды зависит от распределения энергии в её видимом спектре. Если учёный не ошибся (бывает, увы, и такое), и по спектральным линиям поглощения звезда имеет спектральный класс $A0$, то это могло произойти в одном случае – если излучение звезды испытало сильное межзвёздное поглощение. Как известно, слой межзвёздной пыли сильнее поглощает коротковолновое излучение, чем длинноволновое (как и при рассеянии света в земной атмосфере). Поэтому, если луч света преодолел большую толщу межзвёздной пыли, звезда не только ослабела, но и спектр её излучения мог измениться так, что интенсивность коротковолнового излучения стала меньше интенсивности длинноволнового излучения. Это и означает, что звезда кажется красной. Поскольку пыль сосредоточена в тонком слое в диске Галактики, звезда должна находиться в полосе Млечного Пути.
3. В этот момент Всемирное время составляло $10 - 3 = 7$ час. Поскольку звёздные часы убегают по сравнению с солнечными на $3 \text{ мин } 56 \text{ с} = 236$ секунд за солнечные сутки, в Гринвиче звёздное время на этот момент составило

$$S_{\Gamma} = 12^{\text{ч}} 12^{\text{м}} 00^{\text{с}} + 7 \text{ час} + (7/24) \cdot 236 \text{ с} = 19 \text{ час } 13 \text{ мин } 09 \text{ с}.$$

Поскольку разность времён равна разности долгот, получаем:

$$S = S_{\Gamma} + \lambda = 19^{\text{ч}} 13^{\text{м}} 09^{\text{с}} + 2^{\text{ч}} 29^{\text{м}} 15^{\text{с}} = 21 \text{ час } 42 \text{ мин } 24 \text{ с}.$$

4. Если бы Солнце не двигалось по эклиптике, то моменты стояний и наибольших элонгации совпадали бы. Но из-за движения Солнца по эклиптике с запада на восток стояния имеют место тогда, когда скорость

видимого движения планеты вдоль эклиптики компенсирует скорость Солнца. Поэтому правильным является 'Ответ 4'.

5. Линейный диаметр туманности составляет около $2,9$ пк (в одном радиане $180 \cdot 60 / \pi \approx 3438$ угловых минут, $2000 \cdot 5 / 3438 \approx 2,9$ пк). Для увеличения размеров на 10% (то есть, радиуса — на $0,145$ пк) требуется время

$$t \approx 0,145 \cdot 3,1 \cdot 10^{16} \text{ м} / 10^6 \text{ м/с} \approx 4,5 \cdot 10^9 \text{ с},$$

или около 140 лет.

6. Здесь нужно рассмотреть два аспекта. 1. Достаточно ли яркая Луна, чтобы быть видимой с Марса. 2. Достаточно ли угловое расстояние между Землёй и Луной, чтобы для невооружённого глаза они не сливались в один светящийся объект.

1. Расстояние от Луны до Марса меняется от $0,52$ а.е. до $2,52$ а.е. и в среднем составляет $1,52$ а.е. При этом, если бы Луна наблюдалась с Марса в своё полнолуние, то её звёздная величина была бы равна

$$m \approx -12,8^m + 5 \lg (1,52 \cdot 150000 / 384) \approx -12,8^m + 13,9^m \approx +1,1^m.$$

При наибольшем удалении Луны от Марса аналогично получаем $m \approx +2,2^m$. Таким образом, хотя Луна на Марсе в тёмное время суток не может наблюдаться в полнолуние, имеется достаточный запас яркости для того, чтобы она была хорошо видна невооружённым глазом в других конфигурациях. (Примечание: для большей корректности можно посчитать, например, звёздную величину Луны в случае, когда Земля для марсиан находится в наибольшей элонгации, ответ получается около $+1,6^m$)

2. Угловое расстояние между Луной и Землёй достаточно велико, даже в случае наибольшего удаления Земли от Марса оно составит $\arcsin((384/150000)/2,52)$, что соответствует примерно $3,5$ угловым минутам. Так что система будет вполне разрешаема глазом.

Таким образом, Луну на Марсе не просто можно увидеть, скорее её сложно не заметить.

VI Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Решения задач теоретического тура

Троицк,
24-30 марта 1999 г.

11 класс.

1. Раз звезды не разделяются на две компоненты, следует, что наблюдатель видит одну звезду удвоенной светимости. Таким образом, получаем:

$$m_2 - m_1 = \Delta m = -2.5 \lg \left(\frac{L+L}{4\pi r^2} \cdot \frac{4\pi r^2}{L} \right) = -2.5 \lg 2 = -0.75.$$

Здесь m_2 и m_1 – звездные величины двух и одной звезды, соответственно, r – расстояние от наблюдателя до звезд, L – светимость. Таким образом, получаем, что ширина главной последовательности составляет около 0,75 звездной величины.

2. Цвет звезды зависит от распределения энергии в её видимом спектре. Если учёный не ошибся (бывает, увы, и такое), и по спектральным линиям поглощения звезда имеет спектральный класс $A0$, то это могло произойти в одном случае – если излучение звезды испытало сильное межзвёздное поглощение. Как известно, слой межзвёздной пыли сильнее поглощает коротковолновое излучение, чем длинноволновое (как и при рассеянии света в земной атмосфере). Поэтому, если луч света преодолел большую толщу межзвёздной пыли, звезда не только ослабела, но и спектр её излучения мог измениться так, что интенсивность коротковолнового излучения стала меньше интенсивности длинноволнового излучения. Это и означает, что звезда кажется красной. Поскольку пыль сосредоточена в тонком слое в диске Галактики, звезда должна находиться в полосе Млечного Пути.
3. Как известно, круговая скорость спутника вычисляется по формуле

$$V_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_0}},$$

где M – масса планеты, R_0 – радиус орбиты спутника. Отсюда получаем

$$M = \frac{V_0^2 R}{G} \approx 2.2 \cdot 10^{25} \text{ кг}$$

Очевидно, что после того как спутнику была добавлена скорость, он сошел с круговой орбиты. Поскольку вторая космическая скорость для данной планеты равна $\sqrt{2}V_0 = 17 \text{ км/с}$, а скорость спутника после приращения равна 15 км/с , то новая орбита спутника будет эллипс с расстоянием перицентра $r_p = R_0$ и скоростью в перицентре $V_p = 15 \text{ км/с}$. Из закона сохранения момента импульса получаем:

$$V_a r_a = V_p r_p,$$

где V_a – скорость спутника в апоцентре, а r_a – расстояние апоцентра. Из закона сохранения энергии получаем:

$$\frac{V_a^2}{2} - \frac{GM}{r_a} = \frac{V_p^2}{2} - \frac{GM}{r_p};$$

$$V_a^2 - 2 \frac{V_0^2}{V_p} V_a + 2V_0^2 - V_p^2 = 0;$$

Решая это уравнение получаем $V_a = 15$ км/с и $V_a = 4.2$ км/с. Первое решение, очевидно, относится к перигею и не является ответом на задачу.

Осталось вычислить расстояние перигея.

$$r_a = r_p \frac{V_p}{V_a} \approx 36000 \text{ км}.$$

4. Если бы Солнце не двигалось по эклиптике, то моменты стояний и наибольших элонгации совпадали бы. Но из-за движения Солнца по эклиптике с запада на восток стояния имеют место тогда, когда скорость видимого движения планеты вдоль эклиптики компенсирует скорость Солнца. Поэтому правильным является "Ответ 4".
5. Пусть d – расстояние до радиогалактики, l – расстояние, пройденное компактным радиоисточником, φ – угол, под которым видит l наблюдатель, θ – искомый угол. Тогда, из теоремы синусов получаем:

$$\frac{l}{\sin \varphi} = \frac{d}{\sin(180 - \vartheta - \varphi)};$$

$$\sin(\vartheta + \varphi) = \frac{d}{l} \sin \varphi.$$

Подставляя значения $d = 10^9$ св.лет, $\varphi = 10^{-3}$ угловой секунды, $l = 1$ св.год, получаем $\sin(\theta + \varphi) = 4.85$. Очевидно, что синус не может быть больше единицы, а значит, в решение закралась ошибка.

Рассмотрим задачу более внимательно. Пусть S – источник выброса, O – наблюдатель. В начальный момент времени выброс начал двигаться под углом θ линии SO . При этом из точки S излучился квант электромагнитного излучения. Когда выброс прошел расстояние $l = v \cdot t$ ($t=1$ год) и достиг точки A , квант преодолел расстояние $c \cdot t$. В точке A выброс излучил еще один квант, который, как и первый, зарегистрировал наблюдатель. Опустим перпендикуляр из точки A на прямую SO . Пусть B точка пересечения перпендикуляра и SO . Тогда расстояние, пройденное выбросом вдоль луча зрения

$$l_r = ct - vt \cos \vartheta,$$

а расстояние, пройденное поперек луча зрения

$$l_t = vt \sin \vartheta.$$

Разница времени между получением сигналов, что выброс вышел из точки S и пришел в точку B составляет

$$\Delta t = \frac{l_r}{t} = t \left(1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta \right).$$

Или, с учетом того, что $v = c$:

$$\Delta t = t(1 - \cos \vartheta).$$

Таким образом, за время $\Delta t = 1$ год радиисточник переместился на угловое расстояние φ , или линейное расстояние

$$V_t \cdot \Delta t = \operatorname{tg} \varphi (d - ct \cos \vartheta) \approx \varphi \cdot d.$$

Отсюда получаем

$$V_t = \frac{\varphi \cdot d}{\Delta t} \approx 4.8 \text{ св.года} / \text{год} = 4.8c.$$

Следует отметить, что эта скорость не является собственной скоростью источника, так что в превышении скорости света нет ничего загадочного. С другой стороны, скорость V_t можно вычислить, как $l_t/\Delta t$. Тогда:

$$V_t = \frac{l_t}{\Delta t} = \frac{c \sin \vartheta}{1 - \cos \vartheta}.$$

Далее

$$\begin{aligned} V_t^2 (1 - \cos \vartheta)^2 &= c^2 \sin^2 \vartheta; \\ (V_t^2 + c^2) \cos^2 \vartheta - 2V_t^2 \cos \vartheta + (V_t^2 - c^2) &= 0. \end{aligned}$$

В итоге получаем $\theta = 23^\circ$.

6. Здесь нужно рассмотреть два аспекта. 1. Достаточно ли яркая Луна, чтобы быть видимой с Марса. 2. Достаточно ли угловое расстояние между Землёй и Луной, чтобы для невооружённого глаза они не сливались в один светящийся объект.

1. Расстояние от Луны до Марса меняется от $0,52 \text{ а.е.}$ до $2,52 \text{ а.е.}$ и в среднем составляет $1,52 \text{ а.е.}$ При этом, если бы Луна наблюдалась с Марса в своё полнолуние, то её звёздная величина была бы равна

$$m \approx -12,8^m + 5 \lg (1,52 \cdot 150000 / 384) \approx -12,8^m + 13,9^m \approx +1,1^m.$$

При наибольшем удалении Луны от Марса аналогично получаем $m \approx +2,2^m$. Таким образом, хотя Луна на Марсе в тёмное время суток не может наблюдаться в полнолуние, имеется достаточный запас яркости для того, чтобы она была хорошо видна невооружённым глазом в других конфигурациях. (Примечание: для большей корректности можно посчитать, например, звёздную величину Луны в случае, когда Земля для марсиан находится в наибольшей элонгации, ответ получается около $+1,6^m$)

2. Угловое расстояние между Луной и Землёй достаточно велико, даже в случае наибольшего удаления Земли от Марса оно составит $\arcsin((384/150000)/2,52)$, что соответствует примерно $3,5$ угловым минутам. Так что система будет вполне разрешаема глазом.

Таким образом, Луну на Марсе не просто можно увидеть, скорее её сложно не заметить.