Всероссийская олимпиада школьников по астрономии – 2014
Региональный этап

9 класс

1. Условие. В некотором пункте Земли верхний край Солнца виден на горизонте в точке севера. На каких широтах такое возможно? Рельефом Земли в данном пункте пренебречь.

1. Решение. Обозначим величину углового радиуса Солнца как ρ, а атмосферную рефракцию через r. Раз верхний край Солнца наблюдается на горизонте, истинное положение центра Солнца (каким оно было бы при отсутствии рефракции) оказывается ниже горизонта на величину $(\rho+r)$ или на 51′. Раз Солнце наблюдается на небесном меридиане к северу от зенита, оно может быть в верхней или нижней кульминации. Высота светила в верхней кульминации составляет

$$h_1 = 90° – |\varphi – \delta|,$$

причем она будет происходить к северу от зенита, если разность под модулем отрицательна. Отсюда мы получаем:

$$\varphi < \delta;$$
$$\varphi = h_1 + \delta – 90°.$$

Учитывая, что склонение Солнца может принимать значения от $–\varepsilon$ до $+\varepsilon$, получаем диапазон возможных значений широт: от –90° до

$$\varphi_1 = \varepsilon – (\rho+r) – 90° = –67°25'.$$

Предположим теперь, что Солнце в нижней кульминации. Для его высоты тогда справедлива формула:

$$h_2 = –90° + |\varphi + \delta|,$$

причем теперь выражение под модулем должно быть положительным, иначе кульминация будет происходить к югу от зенита. В этом случае

$$\varphi > –\delta;$$
$$\varphi = 90° + h_2 – \delta.$$

Широта попадает в интервал от

$$\varphi_2 = 90° – (\rho+r) – \varepsilon = +65°43'$$

до +90°. Учитывая, что на полюсах Земли понятие точки севера теряет смысл, окончательная формулировка ответа такая: широта попадает в интервалы (–90°, –67°25′],[+65°43′, +90°).

2. Условие.
Корабль начинает свое плавание на восток вдоль экватора. На его борт взят хронометр, изначально установленный точно, но спешащий с ходом $10^{–5}$. С какой скоростью должен двигаться корабль, чтобы ошибка определения координат места на основе показаний хронометра в течение плавания длиной 1000 км не превышала 1 км?

2. Решение. Измерение долготы места на основе показаний хронометра производится на основе фиксации восхода или захода какого-либо светила. Ошибка измерения в 1 км соответствует дуге экватора в 0.54′ или 2.16 секунды. Такую погрешность часы будут иметь через 215 тысяч секунд или примерно 60 часов после начала плавания. Чтобы за это время успеть пройти 1000 км, корабль должен двигаться со скоростью не менее 17 км/ч.

3. Условие. Протопланета движется по параболической траектории вблизи молодой звезды. В точке перицентра она сталкивается с другой протопланетой с такой же массой, движущейся по круговой орбите. Перед ударом скорости обеих тел были сонаправлены, а после удара оба тела слились в одно без потери массы. Найти эксцентриситет орбиты нового тела.

3. Решение. Скорости первой и второй протопланеты до столкновения были равны первой и второй космической скорости для данного расстояния до центрального тела:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r}}; \quad v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{r}}.$$

Скорости одинаковых по массе тел были сонаправлены, и после абсолютно неупругого удара они слились в одно тело. По закону сохранения импульса, скорость нового тела будет равна среднему арифметическому скоростей исходных тел:

$$v = \left(\frac{\sqrt{2}+1}{2}\right)\sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

Орбита нового тела будет эллиптической, а точка слияния – перицентром этой орбиты. Для скорости в перицентре справедливо соотношение:

$$v_{\text{P}} = \sqrt{\frac{GM}{r_{\text{P}}}(1+e)}.$$

Приравнивая v и v_{P}, а также r и r_{P}, получаем:

$$\frac{\sqrt{2}+1}{2} = \sqrt{1+e}.$$

Эксцентриситет орбиты составит:

$$e = \frac{2\sqrt{2}-1}{4} = 0.46.$$

4. Условие. Известно, что диск планеты Венера, расположенной на минимальном расстоянии от Земли, оказывается на пределе разрешения невооруженным глазом для наиболее зорких людей. Из окрестностей каких еще больших планет Солнечной системы можно было бы увидеть невооруженным глазом диски других планет, и каких?

4. Решение. Определим наибольший угловой диаметр Венеры при наблюдении с Земли:

$$\delta = D_2 / (r_3 - r_2) = 2.92\cdot 10^{-4} \text{ радиан или } 60''.$$

Здесь D_2 – диаметр Венеры, r_2 и r_3 – радиусы орбит Венеры и Земли. Полученное значение совпадает с пределом разрешения для человеческого глаза. Венера имеет такой угловой диаметр с расстояния $r_3 - r_2$ = 0.277 а.е. Она может наблюдаться на таком же расстоянии с

Меркурия, если последний окажется между Солнцем и Венерой в точке афелия своей орбиты (расстояние r_1 = 0.47 а.е.).

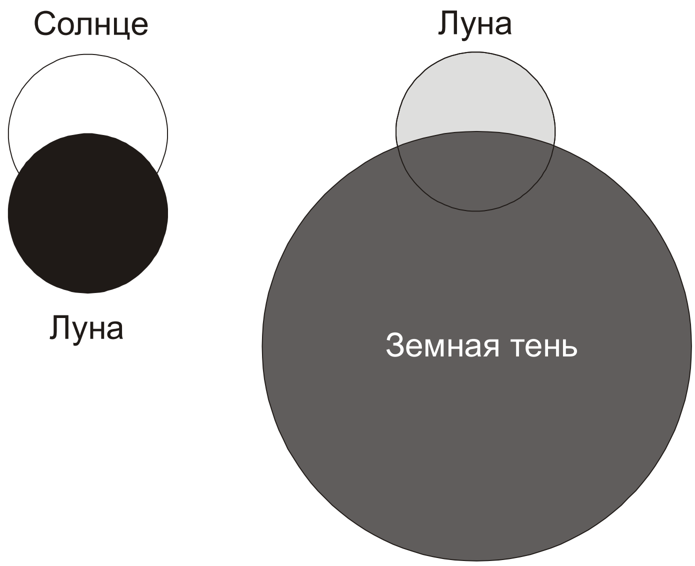
Земля больше Венеры, и ее диск будет различим с расстояния до 0.29 а.е. На такое расстояние к Земле может подойти только сама Венера. Диски Меркурия и Марса будут различимы с расстояния в 0.11 и 0.16 а.е. соответственно и не могут быть видны с других планет.

Самая большая планета – Юпитер – может быть видна как диск с расстояния до 3.27 а.е. Но на такое расстояние к нему не может подойти ни одна планета, хотя расстояние от Марса до Юпитера может лишь ненамного превышать эту величину (точки перигелия орбит обеих планет располагаются по одну сторону от Солнца). Еще немного дальше от Юпитера может находиться Сатурн. Для других планет-гигантов расстояние, с которого можно различить их диск, будет не больше 3 а.е., что существенно меньше взаимных расстояний до этих планет. Из окрестностей Юпитера можно было бы разглядеть утолщение от кольца Сатурна, но диск планеты различить глазом невозможно.

Окончательный ответ в задаче такой: невооруженным глазом можно различить диск Венеры с Меркурия и Земли, а также диск Земли с Венеры. Близким к пределу разрешения (но не достигающим его) может быть диск Юпитера при наблюдении с Марса и Сатурна.

5. Условие. Какое светило уменьшает свой блеск сильнее – Солнце при затмении с фазой 0.5 или Луна при теневом затмении с фазой 0.5?

5. Решение. Во время солнечного затмения диск Солнца закрывается диском Луны, а во время лунного затмения на диск полной Луны вступает тень Земли. Фаза затмения в обоих случаях определяется исходя из закрытой доли диаметра светила (Солнца или Луны), проходящего через центр затмевающего объекта (Луны или тени Земли). Изобразим вид Солнца и Луны при затмении с фазой 0.5:



Угловые размеры Луны при солнечном затмении практически совпадают с угловыми размерами Солнца, и при фазе затмения 0.5 открытой остается большая часть солнечного диска. Земная тень имеет существенно большие размеры, и при фазе 0.5 закрывает почти половину диска Луны.

Однако, более существенным является иной фактор: часть диска Солнца, не закрытая Луной, светит так же, как и вне затмения, а оставшаяся при лунном затмении часть Луны погружена в земную полутень и существенно (более чем в 2 раза) ослабляет свой блеск. Сложение обоих факторов приводит нас к ответу: Луна в фазе теневого затмения 0.5

ослабляет свой блеск по сравнению с полнолунием значительней, нежели Солнце при частном затмении с фазой 0.5.

6. Условие. Астрономы обнаружили интересный объект. Его яркость резко изменялась с периодом всего в 1 час, а видимый диаметр составлял 0.001″. Считая объект однородным, сферическим и непрозрачным, найдите максимально возможное расстояние до него.

6. Решение. По условию задачи, объект резко меняет свою яркость за короткий временной период. Учтем тот факт, что свет от разных частей объекта проходит до наблюдателя разное расстояние. Разница во времени для лучей, идущих из точек видимого центра и края его диска, составит

$$\Delta T = R/c,$$

где R – радиус объекта, c – скорость света. Если период физических изменений блеска объекта меньше ΔT, эти колебания будут «замыты» указанным эффектом. Раз колебания все же наблюдаются, то радиус объекта не может быть больше, чем

$$R_{\text{M}} = cT,$$

где T – период колебаний. Отсюда получаем максимальное расстояние до объекта

$$L_{\text{M}} = 2R_{\text{M}} / \delta = 2cT / \delta = 14 \text{ кпк}.$$

Здесь δ – угловой диаметр объекта.

<u>10 класс</u>

1. Условие. В некотором пункте Земли верхний край Солнца виден на горизонте в точке севера. На каких широтах такое возможно? Рельефом Земли в данном пункте пренебречь.

1. Решение. Обозначим величину углового радиуса Солнца как ρ, а атмосферную рефракцию через r. Раз верхний край Солнца наблюдается на горизонте, истинное положение центра Солнца (каким оно было бы при отсутствии рефракции) оказывается ниже горизонта на величину (ρ+r) или на 51′. Раз Солнце наблюдается на небесном меридиане к северу от зенита, оно может быть в верхней или нижней кульминации. Высота светила в верхней кульминации составляет

$$h_1 = 90° - |\varphi - \delta|,$$

причем она будет происходить к северу от зенита, если разность под модулем отрицательна. Отсюда мы получаем:

$$\varphi < \delta;$$
$$\varphi = h_1 + \delta - 90°.$$

Учитывая, что склонение Солнца может принимать значения от $-\varepsilon$ до $+\varepsilon$, получаем диапазон возможных значений широт: от –90° до

$$\varphi_1 = \varepsilon - (\rho + r) - 90° = -67°25'.$$

Предположим теперь, что Солнце в нижней кульминации. Для его высоты тогда справедлива формула:

$$h_2 = -90° + |\varphi + \delta|,$$

причем теперь выражение под модулем должно быть положительным, иначе кульминация будет происходить к югу от зенита. В этом случае

$$\varphi > -\delta;$$
$$\varphi = 90° + h_2 - \delta.$$

Широта попадает в интервал от

$$\varphi_2 = 90° - (\rho + r) - \varepsilon = +65°43'$$

до +90°. Учитывая, что на полюсах Земли понятие точки севера теряет смысл, окончательная формулировка ответа такая: широта попадает в интервалы (–90°, –67°25′],[+65°43′, +90°).

2. Условие. Приемник, установленный в фокальной плоскости телескопа, регистрирует оптическое излучение, приходящее из круглой области неба диаметром 5″. Какие три небесных объекта (не считая Солнца и объектов на Земле и околоземной орбите) окажутся самыми яркими для этого приемника (в порядке убывания яркости)? Нестационарные объекты (яркие кометы, новые и сверхновые звезды) не учитывать.

2. Решение. Угловой размер области неба, фиксируемой прибором, существенно больше видимых размеров далеких звезд, даже с учетом атмосферных искажений. Поэтому их измеренный блеск будет соответствовать полной видимой яркости этих звезд. А вот свет протяженных небесных объектов, в том числе самых ярких из них – Луны и планет – будет фиксироваться частично. Измеренная яркость будет пропорциональна поверхностной яркости планет, которая определяется их альбедо и, прежде всего, расстоянием до Солнца. Эта яркость достаточно быстро убывает от внутренних планет к внешним и максимальна, когда фаза планеты (Луны) равна 1.

Пусть некоторая планета имеет угловой диаметр d и блеск m. Если телескоп точно наведен на центр диска планеты, а угловой диаметр не меньше 5″, то звездная величина, которую зафиксирует прибор, составит

$$m_D = m + 5 \lg (d''/5'').$$

Возьмем для простоты вычислений случай верхнего соединения для Меркурия и Венеры, полнолуния для Луны и противостояния для Марса и Юпитера. Результаты занесем в таблицу:

Объект	m	d″	m_D
Меркурий	–1.8	5	–1.8
Венера	–3.9	10	–2.4
Луна	–12.7	1860	+0.1
Марс	–2.0	18	+0.8
Юпитер	–2.7	47	+2.2

Для более далеких планет измеренный блеск будет существенно слабее. Мы видим, что яркость действительно убывает по мере удаления объектов от Солнца, лишь Венера, за счет высокой отражательной способности, будет выглядеть несколько ярче Меркурия. Она и станет самым ярким объектом (не считая Солнца) для данного прибора. Второе место займет Меркурий, а третье – ярчайшая звезда ночного неба Сириус (блеск около -1.6^m).

3. Условие. Телескоп с диаметром объектива 6 см и относительным отверстием F/15 укомплектован окулярами с фокусным расстоянием 60 мм и 24 мм. Какое увеличение обеспечивает использование каждого из окуляров с этим телескопом? Определите минимальное угловое разрешение, доступное для визуальных наблюдений с данными окулярами. Можно ли с их помощью разрешить двойную систему с расстоянием между компонентами 2″? Считать, что разрешающая способность глаза равна 1′.

3. Решение. Предельное угловое разрешение телескопа, определяемое размером дифракционного диска звезда и не зависящее от окуляра, составляет

$$\delta = 1.22 \frac{\lambda}{D}\, \text{рад} = \frac{14''}{D\,(\text{см})}.$$

Здесь λ — длина волны, которую для визуальных наблюдений можно принять равной 550 нм, D – диаметр объектива телескопа. Для телескопа, описанного в условии, эта величина составит 2.3″. Это больше расстояния между компонентами двойной системы, так что разрешить ее не удастся.

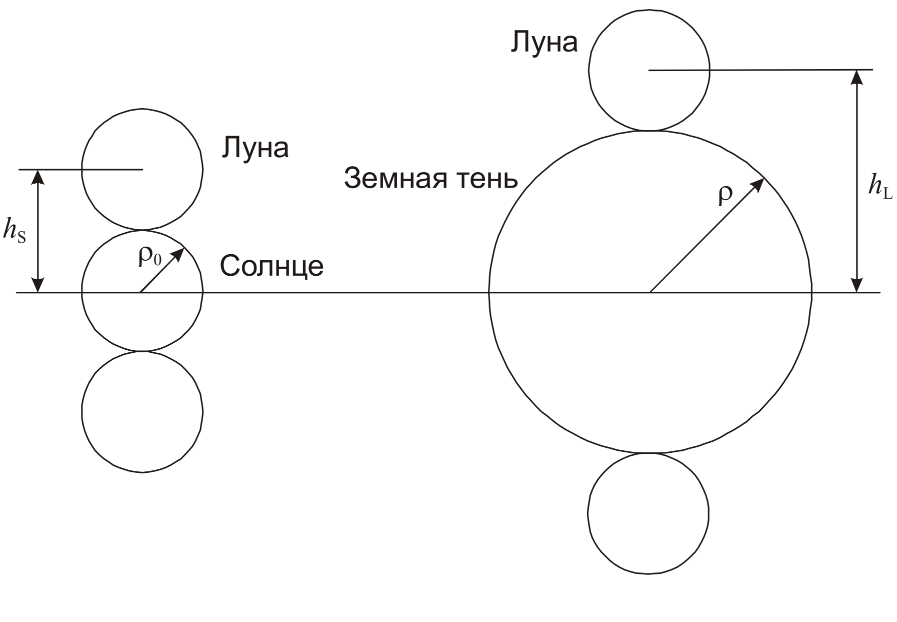
Увеличение телескопа равно отношению фокусных расстояний объектива и окуляра. Фокусное расстояние объектива F равно 15*6 = 90 см. Запишем выражения для увеличения и разрешения при визуальных наблюдениях с такими увеличениями:

$$\Gamma_{1,2} = F/f_{1,2}; \;\; d_{1,2} = 60''/\Gamma_{1,2} = 60''\, f_{1,2}/F.$$

Получаем, что увеличения равны 15 и 37.5 для двух окуляров, а визуальное разрешение – 4″ и 1.6″ соответственно. Но вторая величина мельче дифракционного разрешения, поэтому правильные выражения для разрешения – 4″ и 2.3″.

4. Условие. Оцените, что наблюдается чаще и во сколько раз с одной фиксированной точки Земли – солнечные затмения или теневые лунные затмения (частные и полные вместе)? Погодными факторами пренебречь.

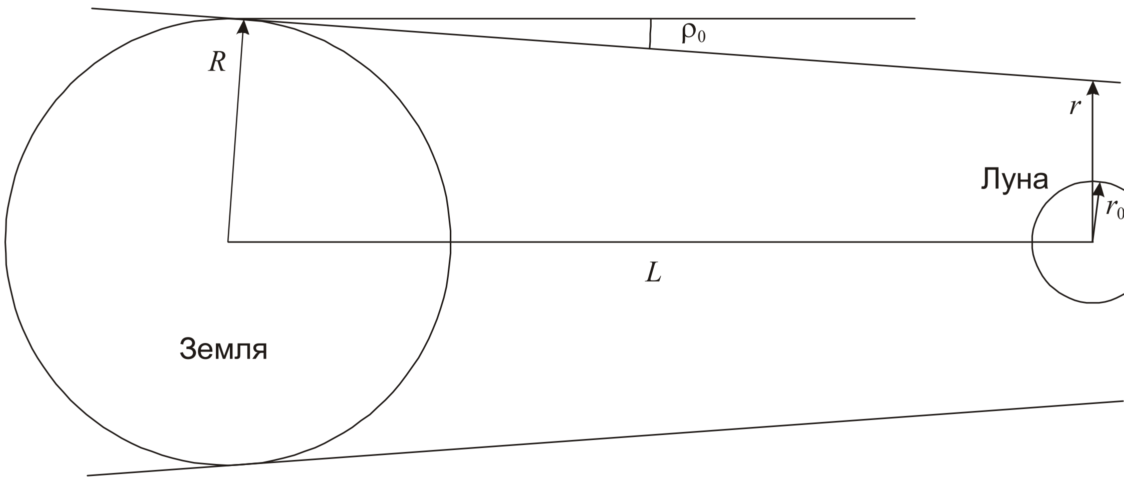
4. Решение. Для того, чтобы в какой-либо точке Земли произошло частное солнечное затмение, видимый диск Луны должен соприкоснуться с видимым диском Солнца. Для наблюдения теневого лунного затмения диск Луны должен соприкоснуться с диском земной тени.



Из рисунка видно, что для наступления солнечного затмения центр диска Луны должен пройти от центра диска Солнца на угловом расстоянии не более h_S, а для наступления лунного затмения – не более h_L. Угловые размеры Солнца ρ_0 на Земле меньше, чем угловые размеры земной тени ρ, поэтому лунные затмения будут видны чаще, чем солнечные.

Для того, чтобы определить количественное соотношение числа затмений, отметим, что Луна чаще всего проходит от центра Солнца (тени) на угловом расстоянии, существенно большим, чем h_S (h_L), и искомое соотношение можно считать равным отношению самих величин h_S и h_L.

Угловой радиус Луны в небе Земли мы можем считать равным угловому радиусу Солнца ρ_0, а для вычисления углового радиуса тени обратимся к рисунку:



Пространственный радиус земной тени составляет

$$r = R - L\rho_0 = R - r_0.$$

Здесь R и r_0 – радиусы Земли и Луны. В последнем равенстве было учтено совпадение угловых размеров Солнца и Луны (ρ_0). Угловые размеры тени и Луны соотносятся как

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{r}{r_0} = \frac{R - r_0}{r_0} = \frac{R}{r_0} - 1 = 2.7.$$

В итоге, соотношение частоты наблюдения затмений (в пользу лунных затмений) составит

$$\frac{h_L}{h_S} = \frac{\rho + \rho_0}{2\rho_0} = \frac{R}{2r_0} = 1.8.$$

5. Условие. Вокруг далекой звезды по круговым орбитам обращаются две планеты. У одной из них орбитальный период вдвое больше, а сферическое альбедо – вдвое меньше, чем у другой планеты. При этом средняя температура поверхностей обеих планет одинакова. Найдите сферическое альбедо обеих планет. Тепловые эффекты от недр и атмосфер планет не учитывать.

5. Решение. Обозначим через $a_{1,2}$ и $T_{1,2}$ радиусы орбит и периоды обращения двух планет. В соответствии с III законом Кеплера

$$\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{2/3} = 2^{2/3}.$$

Если пренебречь тепловыми эффектами от недр и атмосфер планет, то равенство средних температур обеих планет означает равенство притока энергии от центральной звезды на эти планеты. Запишем данное соотношение:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{1-A_1}{a_1^2} \cdot \frac{a_2^2}{1-A_2} = 1.$$

Здесь учтено, что часть энергии, идущей от звезды, определяемая величиной альбедо $A_{1,2}$, отражается от планеты и не идет на ее нагрев. Учитывая, что $2A_1 = A_2$, получаем:

$$\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = 2^{4/3} = \frac{1-A_1}{1-2A_1}.$$

В итоге,

$$A_1 = \frac{2^{4/3}-1}{2^{7/3}-1} = 0.375; \quad A_2 = \frac{2^{7/3}-2}{2^{7/3}-1} = 0.75.$$

6. Условие. Астрономы обнаружили интересный объект. Его яркость резко изменялась с периодом всего в 1 час, а видимый диаметр составлял 0.001″. Считая объект однородным, сферическим и непрозрачным, найдите максимально возможное расстояние до него.

6. Решение. По условию задачи, объект резко меняет свою яркость за короткий временной период. Учтем тот факт, что свет от разных частей объекта проходит до наблюдателя разное расстояние. Разница во времени для лучей, идущих из точек видимого центра и края его диска, составит

$$\Delta T = R/c,$$

где R – радиус объекта, c – скорость света. Если период физических изменений блеска объекта меньше ΔT, эти колебания будут «замыты» указанным эффектом. Раз колебания все же наблюдаются, то радиус объекта не может быть больше, чем

$$R_{\text{М}} = cT,$$

где T – период колебаний. Отсюда получаем максимальное расстояние до объекта

$$L_{\text{М}} = 2R_{\text{М}} / \delta = 2cT / \delta = 14 \text{ кпк}.$$

Здесь δ – угловой диаметр объекта.

<u>11 класс</u>

1. Условие. Две черные дыры по своим размерам (горизонта событий) совпадают с Землей и Луной и обращаются вокруг общего центра масс по круговым орбитам в 384 400 км друг от друга. Чему равен орбитальный период такой системы?

1. Решение. Границей черной дыры (горизонтом событий) считается сфера, на поверхности которой скорость убегания (вторая космическая скорость) становится равной скорости света. Радиус этой сферы называется гравитационным радиусом и определяется формулой

$$r_G = \frac{2GM}{c^2}.$$

где M – масса черной дыры, а c – скорость света. Определим суммарную массу системы:

$$M = \frac{c^2}{2G}(r_1 + r_2) = 5.5 \cdot 10^{33} \text{ кг.}$$

Здесь r_1 и r_2 – радиусы Земли и Луны, совпадающие с гравитационными радиусами черных дыр. Полученная масса в $9 \cdot 10^8$ раз больше суммарной массы Земли и Луны m. Расстояние между черными дырами невелико, но оно существенно больше гравитационных радиусов, и мы можем пользоваться формулами классической физики. Так как это расстояние – такое же, как между Землей и Луной, орбитальный период можно определить из простой формулы:

$$T = T_0 \sqrt{\frac{m}{M}} = 80 \text{ с.}$$

Здесь T_0 – орбитальный период системы Земля-Луна.

2. Условие. Приемник, установленный в фокальной плоскости телескопа, регистрирует оптическое излучение, приходящее из круглой области неба диаметром 5″. Какие три небесных объекта (не считая Солнца и объектов на Земле и околоземной орбите) окажутся самыми яркими для этого приемника (в порядке убывания яркости)? Нестационарные объекты (яркие кометы, новые и сверхновые звезды) не учитывать.

2. Решение. Угловой размер области неба, фиксируемой прибором, существенно больше видимых размеров далеких звезд, даже с учетом атмосферных искажений. Поэтому их измеренный блеск будет соответствовать полной видимой яркости этих звезд. А вот свет протяженных небесных объектов, в том числе самых ярких из них – Луны и планет – будет фиксироваться частично. Измеренная яркость будет пропорциональна поверхностной яркости планет, которая определяется их альбедо и, прежде всего, расстоянием до Солнца. Эта яркость достаточно быстро убывает от внутренних планет к внешним и максимальна, когда фаза планеты (Луны) равна 1.

Пусть некоторая планета имеет угловой диаметр d и блеск m. Если телескоп точно наведен на центр диска планеты, а угловой диаметр не меньше 5″, то звездная величина, которую зафиксирует прибор, составит

$$m_D = m + 5 \lg (d''/5'').$$

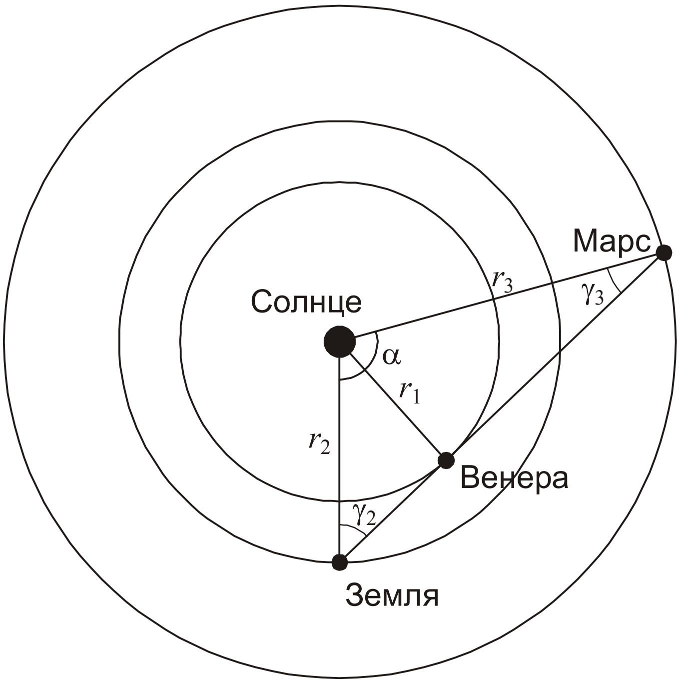
Возьмем для простоты вычислений случай верхнего соединения для Меркурия и Венеры, полнолуния для Луны и противостояния для Марса и Юпитера. Результаты занесем в таблицу:

Объект	m	d″	m_D
Меркурий	–1.8	5	–1.8
Венера	–3.9	10	–2.4
Луна	–12.7	1860	+0.1
Марс	–2.0	18	+0.8
Юпитер	–2.7	47	+2.2

Для более далеких планет измеренный блеск будет существенно слабее. Мы видим, что яркость действительно убывает по мере удаления объектов от Солнца, лишь Венера, за счет высокой отражательной способности, будет выглядеть несколько ярче Меркурия. Она и станет самым ярким объектом (не считая Солнца) для данного прибора. Второе место займет Меркурий, а третье – ярчайшая звезда ночного неба Сириус (блеск около -1.6^m).

3. Условие. Близкое соединение Венеры и Марса наблюдается в некоторой точке Земли утром 1 января на восходе Солнца на высоте 46° над горизонтом. В какую дату произойдет ближайшее противостояние Марса? Орбиты всех планет считать круговыми и лежащими в плоскости эклиптики.

3. Решение. В момент, описанный в условии задачи, Венера находится на высоте 46° над горизонтом. Солнце в этот же момент только восходит, поэтому угловое расстояние между Солнцем и Венерой не меньше 46°. Но оно не может быть и больше, так как в случае круговых орбит именно такое угловое расстояние (обозначим его γ_2) соответствует наибольшей элонгации планеты. Значит, Венера находилась точно над восходящим Солнцем, дело происходило в тропическом поясе Земли утром, а сама элонгация Венеры – западная.



Из рисунка видно, что в указанный момент Венера оказалась в наибольшей элонгации (только восточной) и при наблюдении с Марса. Угловое расстояние Венеры от Солнца там составило

$$\gamma_3 = arcsin\frac{r_1}{r_3} = 28^\circ.$$

Из треугольника «Солнце – Земля – Марс» определим разность гелиоцентрических долгот Марса и Земли в этот момент:

$$\alpha = 180^\circ - \gamma_2 - \gamma_3 = 106^\circ.$$

Марс вместе с Венерой виден с Земли по утрам, Земля догоняет его в ходе своего орбитального движения. Время, оставшееся до противостояния Марса, равно

$$T = S\frac{\alpha}{360^{\circ}} = 229 \text{ сут}.$$

Здесь S – синодический период Марса. Противостояние Марса наступит около 17 августа (16 августа для високосного года) начинающегося года.

4. Условие. Для своих наблюдений Христиан Гюйгенс использовал телескоп-рефрактор с диаметром объектива 22 см и фокусным расстоянием 64 м. Объектив этого телескопа был подвешен на столбе, а наблюдатель с окуляром располагался на земле. Предположим, находясь на широте +52°, Гюйгенс проводил наблюдения светила со склонением +27° в верхней кульминации. Какое расстояние необходимо ему пройти за 15 минут наблюдения, чтобы всё время наблюдать светило в центре поля зрения? Считать, что Гюйгенс использовал окуляр с равнозрачковым увеличением.

4. Решение. Угловая скорость светила на небесном экваторе равна

$$\omega_0 = 2\pi/T.$$

Здесь T – продолжительность звездных суток. Длина суточной параллели со склонением δ меньше, соответствующая угловая скорость составит

$$\omega = \omega_0 \cos\delta = 2\pi \cos\delta \,/T.$$

Это составляет 13.4″ в секунду. За время t (15 минут) светило прочертит на небе дугу длиной

$$\gamma = \omega\, t = 2\pi \cos\delta\, t/T = 3.35^{\circ}.$$

На такой же угол требуется повернуть телескоп. Наблюдатель находится от объектива на расстоянии равном сумме фокусных расстояний объектива F и окуляра f. Как известно, диаметр выходного зрачка d равен отношению диаметра объектива D к увеличению телескопа. Увеличение же равно отношению фокусных расстояний объектива и окуляра. Отсюда получаем фокусное расстояние окуляра:

$$f = F\, d \,/\, D.$$

Длина всего телескопа будет равна

$$L = F + f = F\,(1 + d/D).$$

Считая диаметр зрачка наблюдателя равным 6 мм, получаем расстояние от наблюдателя до объектива: 65.7 м. Светило находится вблизи кульминации, движется параллельно горизонту. Поэтому наблюдатель должен также двигаться горизонтально, проходя за время t расстояние

$$l = L \sin\gamma \sim L\,\gamma \text{ (рад)} = 3.8 \text{ м}.$$

5. Условие. Вокруг далекой звезды по круговым орбитам обращаются две планеты. У одной из них орбитальный период вдвое больше, а сферическое альбедо – вдвое меньше, чем у другой планеты. При этом средняя температура поверхностей обеих планет одинакова. Найдите сферическое альбедо обеих планет. Тепловые эффекты от недр и атмосфер планет не учитывать.

5. Решение. Обозначим через $a_{1,2}$ и $T_{1,2}$ радиусы орбит и периоды обращения двух планет. В соответствии с III законом Кеплера

$$\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{2/3} = 2^{2/3}.$$

Если пренебречь тепловыми эффектами от недр и атмосфер планет, то равенство средних температур обеих планет означает равенство притока энергии от центральной звезды на эти планеты. Запишем данное соотношение:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{1-A_1}{a_1^2} \cdot \frac{a_2^2}{1-A_2} = 1.$$

Здесь учтено, что часть энергии, идущей от звезды, определяемая величиной альбедо $A_{1,2}$, отражается от планеты и не идет на ее нагрев. Учитывая, что $2A_1=A_2$, получаем:

$$\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = 2^{4/3} = \frac{1-A_1}{1-2A_1}.$$

В итоге,

$$A_1 = \frac{2^{4/3}-1}{2^{7/3}-1} = 0.375; \quad A_2 = \frac{2^{7/3}-2}{2^{7/3}-1} = 0.75.$$

6. Условие. Некоторая эллиптическая галактика имеет блеск 18^m и красное смещение 0.1. Оцените массу галактики. Межзвездным поглощением пренебречь.

6. Решение. Найдем расстояние до галактики по закону Хаббла:

$$L = \frac{c\,z}{H} = 420 \text{ Мпк.}$$

Здесь H – постоянная Хаббла, c – скорость света. Величина красного смещения z существенно меньше единицы, и мы можем вычислить абсолютную звездную величину этой галактики по обычной формуле:

$$m_0 = m + 5 - 5\lg L = -20.$$

Светимость этой галактики в 10^{10} раз больше светимости Солнца. Как известно, в эллиптических галактиках практически отсутствуют газ и пыль. Поэтому мы можем считать, что до нас доходит излучение всех звезд этой галактики. Считая среднюю массу звезды равной массе Солнца, а среднюю светимость – светимости Солнца, получаем, что масса всех звезд галактики равна 10^{10} масс Солнца. Но мы должны также учесть, что за счет темной материи масса галактик примерно в 5 раз превосходит массу их видимого вещества (в данном случае – звезд). Поэтому итоговой оценкой массы будет $5\cdot10^{10}$ (50 миллиардов) масс Солнца или 10^{41} кг.