XXXI Всероссийская олимпиада школьников по астрономии, 2024 г.
Региональный этап. Задания и решения

9 класс

1. Условие. В одной из серий мультсериала «Футурама» главные герои во время визита на Луну попали в сложные обстоятельства. Оказавшись на дневной стороне Луны, они заметили стремительно приближающийся терминатор – линию раздела дня и ночи. Так как герои боялись, что на ночной стороне Луны они замерзнут, то им не оставалось ничего, как убегать от терминатора. Два путешественника, расположенные на одном меридиане Луны в 100 км друг от друга, бегут каждый вдоль своей параллели, все время оставаясь на терминаторе. При этом один из них бежит на 0.10 м/с быстрее, чем другой. Определите широты двух путешественников. Рельеф Луны не учитывать, Солнце находится в плоскости экватора Луны (*В.М. Бабин*).

1. Решение. Солнечные сутки на Луне равны синодическому периоду обращения Луны S = 29.53 суток. Поэтому скорость движения терминатора по поверхности Луны на широте φ выражается следующим образом:

$$v = \frac{2\pi R \cos\varphi}{S} .$$

Здесь R – радиус Луны. Пусть один путешественник находится в северном полушарии ближе к лунному экватору, на широте φ и движется со скоростью v. Второй находится на широте φ+Δφ. При этом мы знаем величину Δφ, она равна L/R (примерно 0.06 радиан или 3°, хотя это численное значение нам далее не понадобится). Здесь L – расстояние между путешественниками. Обратим внимание, что этот угол маленький, что дает нам возможность пользоваться столь простым соотношением. Скорость второго путешественника меньше на величину Δv, которая нам также известна. Тогда мы получаем

$$v - \Delta v = \frac{2\pi R \cos(\varphi + \Delta\varphi)}{S} = \frac{2\pi R \cos\varphi}{S} - \frac{2\pi R \sin\varphi \Delta\varphi}{S}.$$

Подставляя первую формулу решения во вторую, имеем

$$\Delta v = \frac{2\pi R \sin\varphi \Delta\varphi}{S}; \quad \varphi = \arcsin\frac{\Delta v \cdot S}{2\pi R \Delta\varphi} = \arcsin\frac{\Delta v \cdot S}{2\pi L} = 24^{\circ}.$$

Обратите внимание, что полученная широта оказалась независящей от радиуса Луны. Второй путешественник находится на широте 27°. Очевидно, у задачи есть второе решение с широтами –24° и –27°, которое также нужно назвать. Но вот в разных полушариях (один – в северном, один – в южном) путешественники быть не могут, так как тогда их широты будут не больше 3° по модулю, а разница скоростей не будет превосходить 0.01 м/с. Мы получили неплохое приближенное решение. Точные ответы, не требуемые от участников, составляют 22.3° и 25.6° по модулю широты. Скорости бега при этом составят 3.96 и 3.86 м/с соответственно.

1. Система оценивания.

<u>1 этап – 4 балла.</u> Выражение скорости движения терминатора по лунной поверхности в зависимости от широты.

Вероятная ошибка: в качестве периода смены длины и ночи на Луне берется ее орбитальный период, 27.32 дня. В этом случае оценка за этап уменьшается на 2 балла, однако все оставшиеся этапы оцениваются в полной мере.

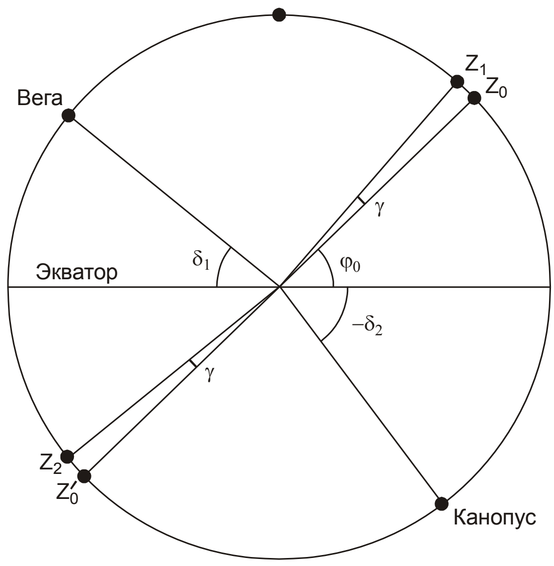
<u>2 этап – 4 балла.</u> Определение широт путешественников. Сами широты могут отличаться от указанных выше на 5°, но при этом их разница должна составлять 3° с погрешностью не более 1°. Участники могут выполнять решение разными способами: численным подбором или использованием формул приближенного вычисления. Нужно обратить внимание, что если участники примут за скорость v и широту φ характеристики не первого, а второго путешественника, то они получат широты 21° и 24°, что также считается правильным. Наиболее точным подходом является составление выражения для среднего значения между широтами и скоростями путешественников, они дадут правильный ответ с точностью до 0.1°. Все эти варианты в случае верного выполнения засчитываются полностью.

Примечание: При оценке работы жюри следует отдельно проверить, зависит ли полученный ответ от радиуса Луны (например, искусственно изменив радиус и проследив эффект от этого по решению участника). В реальности, радиус Луны влияет только на разницу между широтами путешественников, но практически не сказывается на самих широтах. Если широта существенно меняется – это указывает на неверный ход решения, а ответ, если он даже получился близким к правильному, может быть случайным или необоснованным.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

2. Условие. Звезда Вега (α = 18.5ч, δ = +39°) в некотором пункте в некоторый момент времени проходит кульминацию, при этом она оказывается на 10° выше, чем звезда Канопус (α = 6.5ч, δ = –53°), обе звезды расположены над горизонтом. Определите широту точки наблюдения. Рефракцию света не учитывать (*В.Б. Игнатьев*).

2. Решение. Мы видим, что прямые восхождения звезд отличаются на 12 часов (в реальности, разница прямых восхождений Веги и Канопуса чуть иная, но это фактически не меняет ответ на задачу). Мы можем их изобразить на большом круге небесной сферы, проходящем также через полюса мира (северный полюс обозначен буквой **N** на рисунке). В момент, описанный в условии, это будет плоскость небесного меридиана. Проведем биссектрису угла «Вега – наблюдатель – Канопус». Она образует с экватором угол φ_0, который мы можем определить из уравнения:



$$180° - \delta_1 - \varphi_0 = \varphi_0 - \delta_2.$$

Здесь δ_1 и δ_2 – склонения Веги и Канопуса. Отсюда получаем:

$$\varphi_0 = 90^{O} + \frac{\delta_2 - \delta_1}{2} = 44^{O}.$$

Если мы окажемся на широте $\pm\varphi_0$, то зенит окажется в точках $\mathbf{Z_0}$ или $\mathbf{Z_0'}$, равноудаленных на небе от Веги и Канопуса, что означает равенство их высот над горизонтом. Однако, по условию задачи Вега располагается на небе на Δh=10° выше Канопуса. Для выполнения этого условия зенит должен быть смещен в данной плоскости на угол $\gamma = \Delta h/2$ в сторону Веги. Таким образом, мы получаем искомые значения широт:

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta h/2 = +49°,$$
$$\varphi_2 = -\varphi_0 + \Delta h/2 = -39°.$$

В первом из этих случаев Вега располагается в нижней кульминации на высоте –2°, а Канопус – в верхней кульминации на высоте –12°. Во втором случае Вега в верхней кульминации на высоте +12°, Канопус в нижней кульминации на высоте +2°. Именно второй вариант удовлетворяет условию задачи.

2. Система оценивания. При проверке решения необходимо иметь ввиду, что многие участники будут выполнять его на основе стандартных формул для высот светила в верхней либо нижней кульминации. Этот подход оценивается полностью при условии его правильного и полного выполнения. Должны использоваться формулы, применимые для любой широты (в том числе южной) и склонения светила:

Верхняя кульминация: $h = 90° - |\varphi - \delta|$,
Нижняя кульминация: $h = -90° + |\varphi + \delta|$.

Возможно также использование комбинации формул для разных случаев, фактически соответствующих разным знакам выражения под модулем. Если же используются только частные формулы, чаще всего применяющиеся в северном полушарии $h = 90° - \varphi + \delta$ для верхней кульминации и $h = -90° + \varphi + \delta$ для нижней кульминации, то правильный ответ в этом задании вообще не может быть получен. Вероятным итогом подобного решения может оказаться первый из вариантов (широта +49°), который не удовлетворяет условию положительной высоты звезд над горизонтом. Если решение ограничивается этим ответом и окончательным выводом, что ответов, удовлетворяющих условию, нет – общая оценка не может превышать 3 баллов. Участник может перенести ответ напрямую в южное полушарие, получив значение –49°. Этот ответ правильным не является и уменьшает оценку еще на 1 балл.

Вне зависимости от хода решения, участники должны получить два возможных значения широты, при которых Вега окажется на 10° выше Канопуса, каждый из которых оценивается в 3 балла. Окончательный вывод при условии его правильности оценивается еще в 2 балла.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

3. Условие. Вокруг звезды с радиусом 0.64 радиуса Солнца и температурой 3850 K по круговой орбите с радиусом 0.3 а.е. обращается кубический космический аппарат, одна грань которого представляет собой квадратную солнечную батарею с длиной стороны 40 см, ее КПД равен 15%. Аппарат должен был двигаться так, чтобы батарея всегда располагалась перпендикулярно направлению на звезду, обеспечивая максимальное энерговыделение. Однако в некоторый момент времени система ориентирования аппарата сбилась. При каком максимальном угле поворота оси батареи относительно правильного положения аппарат еще сможет функционировать, если для работы его приборов необходима мощность 20 Вт? (*А.В. Веселова*)

3. Решение. Определим, какая энергия падает ежесекундно на солнечную батарею. Для этого оценим освещенность на расстоянии 0.3 а.е. от звезды:

$$E = \frac{L}{4\pi r^2}.$$

При этом сначала необходимо определить светимость звезды. Воспользуемся законом Стефана–Больцмана:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 = 4\pi \cdot (0.64 \cdot 7 \cdot 10^8)^2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 3850^4 = 3.1 \cdot 10^{25} \text{ Вт}.$$

Теперь оценим освещенность:

$$E = \frac{3.1 \cdot 10^{25}}{4\pi \cdot (0.3 \cdot 1.5 \cdot 10^{11})^2} = 1.2 \cdot 10^3 \text{ Вт / м}^2.$$

Если бы солнечная батарея была ориентирована перпендикулярно направлению на звезду, через нее за секунду проходила бы энергия, равная

$$Q = E \cdot S = E \cdot a^2 = 1.2 \cdot 10^3 \cdot 0.4^2 = 192 \text{ Дж}.$$

С учетом КПД, на функционирование аппаратуры оставалось бы 192·0.15=29 Дж. Таким образом, при правильной ориентации КА в пространстве его приборы получали бы P_0=29 Вт мощности и могли бы работать. Если ось аппарата отклонится на угол γ, мощность работы батареи уменьшится до $P = P_0 \cdot \cos\gamma$. Остается определить предельный угол γ, при которой мощность уменьшится до граничного значения 20 Вт:

$$\gamma = \arccos(20/29) \approx 45°.$$

3. Система оценивания.

<u>1 этап – 2 балла.</u> Определение светимости звезды, которая может быть выражена в ваттах и/или светимостях Солнца.

<u>2 этап – 2 балла.</u> Определение плотности потока энергии от звезды на требуемом расстоянии. Величина может быть также выражена в единицах солнечной постоянной на Земле.

<u>3 этап – 2 балла.</u> Вычисление мощности солнечной батареи при правильной ориентации аппарата, точность 2 Вт.

<u>4 этап – 2 балла.</u> Вычисление максимального угла поворота оси батареи, точность 5°.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

4. Условие. Звезда 15^m обращается вокруг темного объекта значительно большей массы по круговой орбите. Гелиоцентрическое собственное движение звезды меняется циклически с периодом 60 лет, при этом его минимальное значение по модулю составляет от 0.030″/год, а максимальное 0.050″/год, направление гелиоцентрического собственного движения при этом остается постоянным. Гелиоцентрическая лучевая скорость колеблется от 10 км/с до 50 км/с тем же периодом, также не меняя направления. Найдите светимость звезды и массу темного объекта. Межзвездное поглощение света не учитывать (*О.С. Угольников*).

4. Решение. Собственное движение звезды меняется от 0.030″/год до 0.050″/год, сохраняя направление. Из этого мы можем сделать несколько выводов. С учетом круговых орбит мы получаем, что центр масс системы имеет собственное движение 0.040″/год, а орбитальное движение оптической звезды соответствует собственному движению 0.010″/год. Коль скоро собственное движение не меняет направления в ходе орбитального периода, плоскость орбиты звезды содержит как вектор скорости центра масс, так и луч зрения. Из последнего факта мы имеем, что амплитуда изменений лучевой скорости (±20 км/с) равна орбитальной скорости звезды. Лучевая скорость центра масс системы равна 30 км/с, хотя для дальнейшего решения это нам не потребуется.

Зная орбитальную скорость звезды v и период T, мы находим радиус орбиты:

$$R = \frac{vT}{2\pi} \approx 40 \text{ а.е.}$$

Массу центрального объекта (в массах Солнца) можно найти из III закона Кеплера

$$M(M_0) = \frac{R^3(\text{а.е.})}{T^2(\text{годы})} \approx 18.$$

Переводя орбитальную скорость звезды (20 км/с) в а.е. в год, мы получаем

$$20 \cdot (86400 \cdot 365.25 / 1.496 \cdot 10^8) = 20 / 4.74 = 4.2 \text{ а.е./год.}$$

Это движение в небе Земли происходит с угловой скоростью 0.010″/год. Таким образом, расстояние в 4.2 а.е. видно с Земли под углом 0.01″, и расстояние до звезды l составляет 420 пк. Теперь мы можем найти абсолютную звездную величину звезды

$$m_0 = m + 5 - 5\lg l = 6.9.$$

Она на 2.2^m больше, чем у Солнца, следовательно, светимость звезды есть $10^{-0.4\cdot 2.2} \sim 0.1$ светимости Солнца.

4. Система оценивания.

<u>Этап 1 – 2 балла.</u> Определение амплитуды величины собственного движения звезды, связанного с ее орбитальным движением. Засчитывается только в случае правильного ответа (0.010″/год).

<u>Этап 2 – 1 балла.</u> Определение амплитуды лучевой скорости звезды, связанной с ее орбитальным движением. Засчитывается только в случае правильного ответа (20 км/с).

Этап 3 – 1 балл. Вывод о том, что орбита лежит на луче зрения, и амплитуда лучевой скорости равна полной орбитальной скорости. Может быть сделан в явном виде или вытекать из рассуждений участника. Если данный факт принимается без обоснования по собственному движению – этап не засчитывается, остальные оцениваются, исходя из их выполнения.

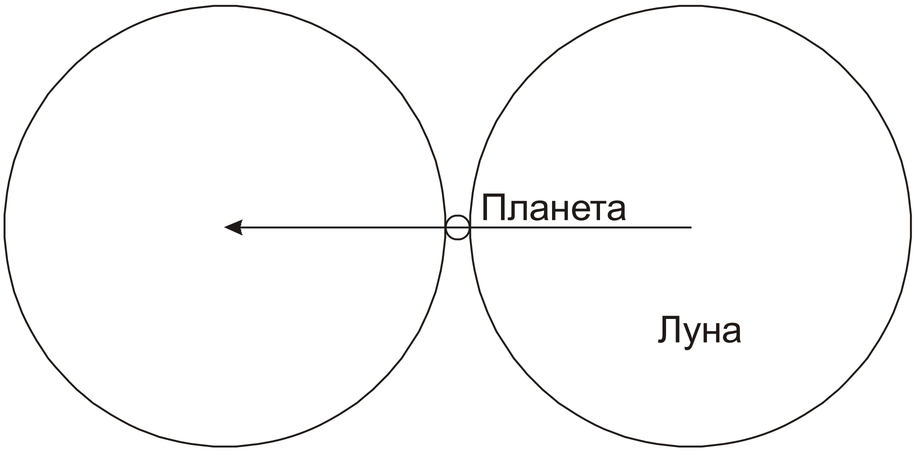
Этап 4 – 2 балла. Определение массы темной компоненты. Точность (без учета ошибок, вызванных неправильным выполнением этапов 1-2) – 10%, при ошибке до 20% выставляется 1 балл.

Этап 5 – 2 балла. Определение светимости звезды. Точность (без учета ошибок, вызванных неправильным выполнением этапов 1-2) – 10%, при ошибке до 20% выставляется 1 балл.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

5. Условие. Определите максимальную продолжительность покрытия Луной планеты вместе с частными фазами при наблюдении у горизонта с полюса Земли. Для какой планеты и в какой конфигурации достигается этот максимум? Считать, что орбиты планет вокруг Солнца и Луны вокруг Земли круговые и все лежат в одной плоскости. Помехи от Солнца при наблюдении не учитывать (*О.С. Угольников*).

5. Решение. По условию задачи, наблюдения проводятся у горизонта с полюса Земли, поэтому движения наблюдателя за счет осевого вращения Земли нет, а расстояние от наблюдателя до Луны равно ее геоцентрическому расстоянию. В этом случае продолжительность покрытия определяется угловыми размерами Луны и планеты и угловыми скоростями их движения среди звезд по земному небу:



В течение центрального покрытия Луна в своем движении относительно планеты должна пройти угловой путь, равный сумме видимых диаметров Луны и планеты, D+d. Длительность покрытия с частными фазами составит:

$$T = \frac{D + d}{\Omega - \omega}.$$

Здесь Ω и ω – угловые скорости движения Луны и планеты. Так как орбита Луны считается круговой, ее угловая скорость положительна и постоянна, она равна $360°/T_L$ = 13.18°/сут (здесь T_L – период вращения Луны по орбите). Угловая скорость движения планеты по небу ω положительна при прямом движении и отрицательна при попятном (вблизи противостояния внешних планет и нижнего соединения для внутренних).

Чтобы найти максимальную длительность явления, рассмотрим, как на нее влияют факторы угловых размеров и движения планет. Угловой размер планеты увеличивает длительность явления, но даже для планет с самыми большими видимыми размерами (около 60″ для Венеры и 50″ для Юпитера) относительный эффект (*d*/*D*) составляет порядка 0.03. Обратим внимание, что такие большие размеры Венеры и Юпитера соответствуют их попятному движению, когда величина ω отрицательна и длительность покрытия уменьшается.

Эффект движения планеты может повлиять на длительность в существенно большей степени. Очевидно, нас интересует момент максимальной угловой скорости ω, который наступает в верхнем соединении планеты (помехи от Солнца мы по условию задачи не учитываем). Максимальная угловая скорость планеты составляет

$$\omega = \frac{v + v_0}{a + a_0} = \omega_0 \frac{1 + \sqrt{a_0 / a}}{1 + a / a_0}.$$

Здесь v и v_0 – орбитальные скорости планеты и Земли, a и a_0 – радиусы их орбит, ω_0 – угловая скорость движения Земли по орбите (0.986º/сут). Максимальная угловая скорость будет у Меркурия (a/a_0 = 0.387): ω = 1.85º/сут. Таким образом, этот фактор увеличивает длительность на (ω/Ω) ~ 14%, что значительно больше эффекта от видимых размеров планеты. Угловой диаметр Луны для круговой орбиты равен 0.518º. В верхнем соединении угловой диаметр Меркурия составляет 5″, что учитывать необязательно. Продолжительность покрытия составляет 1.10 часа.

Необходимо добавить, что в рамках условия задания такое покрытие произойдет в одной точке неба с Солнцем. Однако, продолжительность практически не изменится, если Луна и Меркурий чуть отступят на небе от Солнца, а фактор засветки по условию задания мы в расчет не принимаем. В реальности, Меркурий вблизи верхнего соединения имеет блеск до -2^m, есть примеры его обнаружения в телескоп в 3-5° от Солнца, так что покрытие, близкое к описанному, вполне может наблюдаться.

5. Система оценивания.

<u>1 этап – 1 балл.</u> Правильное выражение для длительности покрытия Луной планеты. Оно должно учитывать угловые скорости как Луны, так и планеты, а также их угловые размеры. Если в решении опускается фактор движения либо угловых размеров планеты – этап не засчитывается.

<u>2 этап – 1 балл.</u> Вывод о том, что основным фактором, влияющим на длительность покрытия, является угловая скорость планеты, а не ее угловой диаметр. Вывод может быть сделан в явном виде или на основе вычислений для разных планет с учетом обоих факторов.

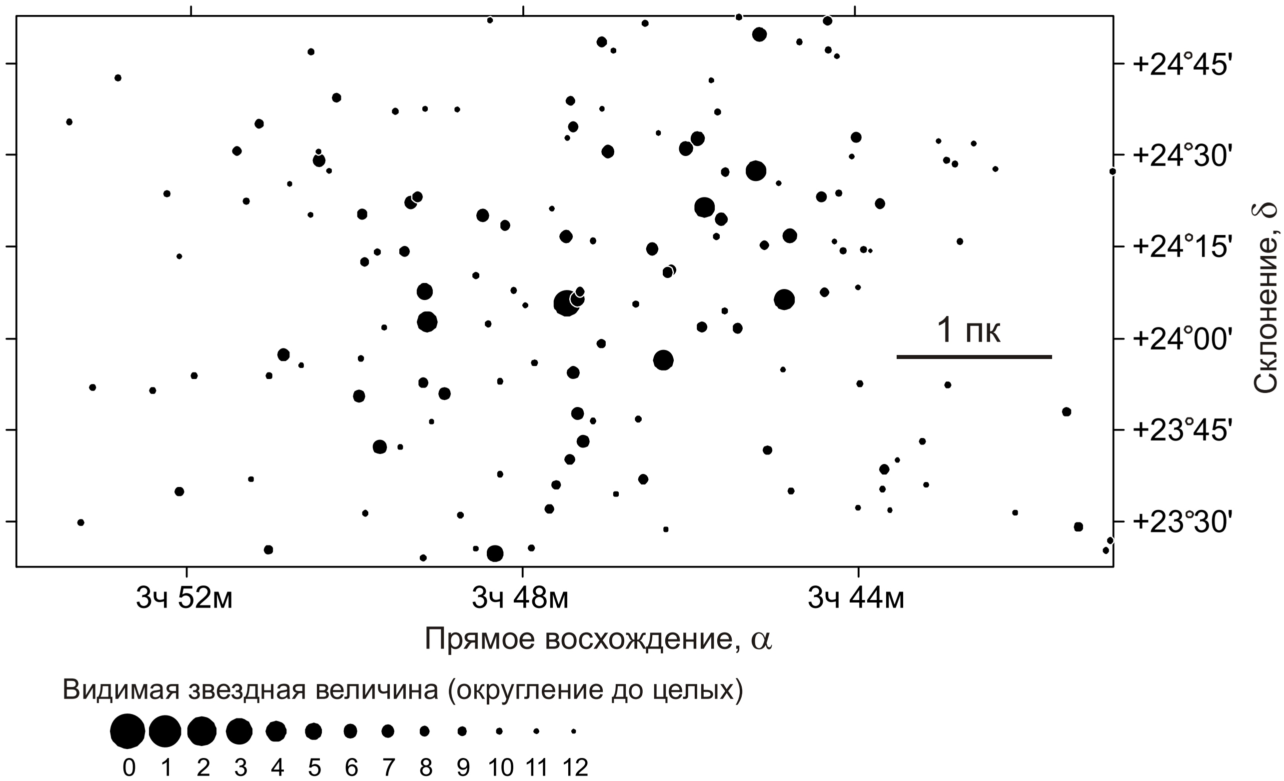
<u>3 этап – 2 балла.</u> Указание планеты, покрытие которой будет наиболее длительным. Выставляется только при правильном ответе – Меркурий, во всех иных случаях этап не засчитывается.

<u>4 этап – 2 балла.</u> Указание правильной конфигурации планеты (верхнее соединение). Ответ «нижнее соединение» либо же просто «соединение», если речь идет о внутренней планете, правильным не является, оба балла не выставляются. Если участник считает, что планета внешняя (то есть, неправильно выполняет третий этап), то за четвертый этап ему выставляется 1 балл, если указывается конфигурация «соединение».

5 этап – 2 балла. Определение максимальной длительности покрытия, точность 0.1 часа. При ошибке до 0.2 часа за этап выставляется 1 балл.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

6. Условие. Перед Вами – звездная карта с рассеянным звездным скоплением Плеяды в созвездии Тельца. На карте также нанесен отрезок, соответствующий длине равно в 1 пк на расстоянии скопления (считаем, что все звезды скопления удалены от нас на одинаковое расстояние). Исходя из этого, определите, сколько звезд в Плеядах имеют светимость больше 550 солнечных. Считайте, что Плеядам принадлежат все звезды, попавшие на карту (*О.С. Угольников*).



6. Решение. Измерив длину отрезка, соответствующего 1 пк на карте и сравнив его с ценами деления по склонению (1° склонения всегда соответствует 1° углового расстояния, а вот для прямого восхождения это не так), мы получаем, что 1 пк на карте соответствует углу в 0.42° или примерно (1/135) радиан. Из этого следует, что расстояние до Плеяд r составляет 135 пк.

Если светимость какой-либо звезды составляет 550 солнечных, то ее абсолютная звездная величина есть

$$m_0 = 4.7 - 2.5 \lg 550 = -2.15.$$

Видимая звездная величина на расстоянии r будет равна

$$m = m_0 - 5 + 5 \lg r = +3.5.$$

Таким образом, нам надо пересчитать все звезды, которые на карте помечены как звезды 3-й величины или ярче. Такая звезда в Плеядах одна – Альциона, она расположена прямо в центре карты.

6. Система оценивания.

1 этап – 3 балла. Измерение углового расстояния, соответствующего 1 пк в Плеядах, по карте. Угловое расстояние может быть выражено в градусах или радианах, точность 0.02° или 0.0004 рад.

Возможная ошибка: определение масштаба карты по ценам деления по прямому восхождению, что приводит к погрешности около 10%. Данный этап не засчитывается, остальные оцениваются в полной мере.

2 этап – 1 балл. Определение расстояния до Плеяд. Засчитывается в том случае, если расстояние оказывается равным (1/γ), где γ – найденный участником перед этим угол, выраженный в радианах (при этом участник может выражать его только в градусах).

3 этап – 2 балла. Определение абсолютной звездной величины звезды в 550 светимостей Солнца либо определение видимой звездной величины Солнца на расстоянии скопления (10.3^m). Точность – 0.3^m без учета ошибок, сделанных на предыдущих этапах. При ошибке до 1^m этап оценивается в 1 балл.

4 этап – 2 балла. Предельная звездная величина для соответствия условию задачи на карте. Точность – 0.3^m без учета ошибок, сделанных на предыдущих этапах. При ошибке до 1^m этап оценивается в 1 балл.

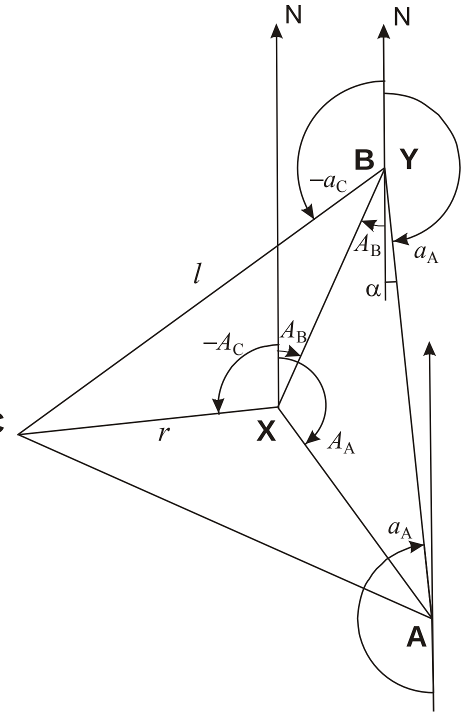
5 этап – 2 балла. Количество звезд, удовлетворяющих условию задачи. Если предыдущие этапы выполнены верно, то последний этап засчитывается 2 баллами в случае правильного ответа (одна звезда). Если же предыдущие этапы привели к иному значению предельной звездной величины, то последний этап оценивается, исходя из расчета количества звезд до найденного предела, но только одним баллом.

Максимальная оценка за решение – 10 баллов.

<u>**10 класс**</u>

1. Условие. В трех городах умеренного пояса Земли **A**, **B** и **C** звезда **X** наблюдалась одновременно на одинаковой высоте 87.0° градусов. Астрономические азимуты звезды **X** в этих городах были равны соответственно 144°, 24° и –96°. Определите горизонтальные координаты звезды **Y** в городах **A** и **C**, когда она наблюдается в зените в городе **B** (*А.В. Ребриков*).

1. Решение. По условию задачи мы видим, что города **A**, **B** и **C** находятся близко друг другу в масштабах Земли, коль скоро одна и та же звезда одновременно находилась там вблизи зенита, всего в z_X=3° от него. Более того, города располагаются в умеренном поясе, вдали от полюсов. Тогда мы можем рассматривать треугольник **ABC** на плоскости. Отметим на нем же точку **X**, из которой звезда **X** в этот момент видна в зените. Эта точка будет равноудалена от вершин треугольника.



Нам известны астрономические азимуты звезды **X** при наблюдении из вершин треугольника. Азимут есть угол между направлением на юг и на проекцию звезды **X** на горизонт, то есть на точку **X** на рисунке, он отсчитывается против часовой стрелки. На примере пункта **B** на рисунке мы видим, что этот угол равен углу с вершиной в точке **X** от направления на север к направлению на пункт наблюдения (для точки **B** – угол A_B). По условию задачи мы видим, что азимуты отличаются друг от друга на 120°. Таким образом, треугольник **ABC** – равносторонний, а точка **X** является его центром. Обозначим сторону этого треугольника как *l*.

Звезда **Y** в какой-то момент времени (не обязательно совпадающий с моментом, описанным для звезды **X**) оказывается в зените в пункте **B**, то есть точка проекции направления на звезду на плоскость рисунка **Y** совпадает с точкой **B**. Учитывая близость всех пунктов, мы можем записать, что зенитное расстояние z_Y этой звезды в точках **A** и **C** относится к зенитному расстоянию звезды **X** во всех трех пунктах z_X как длины соответствующих отрезков:

$$\frac{z_Y}{z_X} = \frac{l}{r} = \sqrt{3}.$$

Здесь мы использовали известное свойство равностороннего треугольника. Отсюда мы имеем, что зенитное расстояние звезды **Y** в точках **A** и **C** равно 5.2°, и высота составляет 84.8°.

Аналогично сделанным выше рассуждениям, азимут звезды **Y** при наблюдении из точек **A** и **C** есть угол с вершиной в точке **Y** от направления на север к направлению на соответствующий пункт. Для города **A** мы видим, что этот угол равен

$$a_A = 180° - \alpha = 180° - (30° - A_B) = 174°.$$

Для города **C** азимут звезды **Y** составит

$$a_C = a_A + 60° = 234° \text{ или } -126°.$$

1. Система оценивания.

<u>1 этап – 2 балла.</u> Обоснование, что три города образуют на поверхности Земли равносторонний треугольник. Если этот факт не указывается – этап не засчитывается, остальные оцениваются, исходя из их выполнения. Если данное утверждение делается без соответствующего обоснования – этап оценивается в 1 балл.

<u>2 этап – 2 балла.</u> Определение высоты звезды **Y** в пунктах **A** и **B**, точность 0.1°.

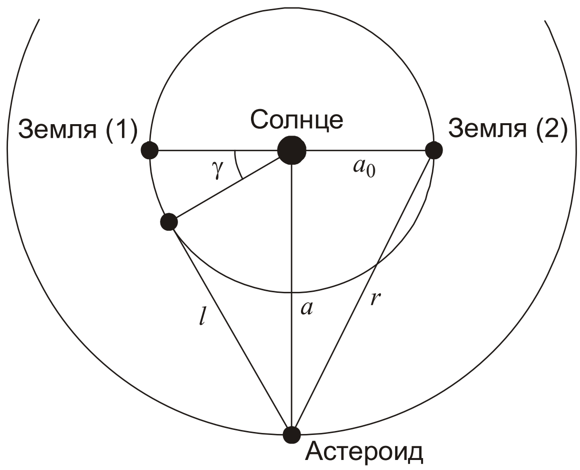
<u>3 этап – 4 балла.</u> Определение азимутов звезды **Y** в пунктах **A** и **B** (по 2 балла), точность 1°.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

2. Условие. В текущий момент модуль разности гелиоцентрических долгот Земли и астероида составляет 90°. Сколько времени пройдет до западной квадратуры астероида, если текущее расстояние от Земли до астероида в 1.29 раза превышает расстояние между ними в момент квадратуры? Орбиты Земли и астероида считать круговыми и лежащими в одной плоскости, движение астероида происходит в том же направлении, что и движение Земли (*А.В. Веселова*).

2. Решение. В условии не сказано напрямую, как именно относительно Земли расположен астероид – обгоняет или отстает в своем движении по орбите. Поэтому потребуется рассмотреть оба варианта расположения объектов.

Пусть a – радиус орбиты астероида, a_0 – радиус земной орбиты. Рисунок построен в системе отсчета, вращающейся вместе с астероидом, то есть он там неподвижен, а Земля догоняет его в своем вращении. Пусть астероид обгоняет Землю (положение 1), тогда западная квадратура наступит вскоре по ходу синодического периода, до противостояния астероида.



Расстояние до астероида в момент, когда разность гелиоцентрических долгот, то есть угол с центром в Солнце между направлениями на Землю и астероид, равен 90°, вычисляем по теореме Пифагора:

$$r = \sqrt{a^2 + a_0^2}\,.$$

Расстояние в западной квадратуре будет равно

$$l = \sqrt{a^2 - a_0^2}\,.$$

Отношение расстояний есть

$$\frac{\sqrt{a^2 + a_0^2}}{\sqrt{a^2 - a_0^2}} = 1.29.$$

Отсюда выразим радиус орбиты астероида:

$$a^2 = \frac{1.29^2 + 1}{1.29^2 - 1}; \quad a = \sqrt{\frac{1.29^2 + 1}{1.29^2 - 1}} = 2.00 \text{ а.е.}$$

Оценим синодический период астероида:

$$S = \frac{TT_0}{T - T_0} = \frac{2^{1.5} \cdot 1}{2^{1.5} - 1} = 1.55 \text{ лет.}$$

Определим, на какой угол должна уменьшиться разница гелиоцентрических долгот астероида и Земли (или на какой угол в системе отсчета астероида должна повернуться Земля):

$$\gamma = 90^\circ - \arccos\frac{a_0}{a} = 30^\circ.$$

Время, которое потребуется для прохождения данного угла, есть 1/12 синодического периода и составит 0.13 года.

Теперь предположим, что астероид отстает от Земли по долготе. Тогда разность долгот должна измениться на 180°+30° = 210°, и на это потребуется 7/12 синодического периода или 0.90 лет.

2. Система оценивания.

<u>1 этап – 2 балла.</u> Определение радиуса орбиты астероида, точность 0.02 а.е. При ошибке до 0.05 а.е. выставляется 1 балл.

<u>2 этап – 2 балла.</u> Определение синодического периода астероида, точность 0.03 года. При ошибке до 0.06 года выставляется 1 балл.

<u>3 этап – 2 балла.</u> Определение изменения разницы долгот астероида и Земли γ (1 балл) и времени, оставшегося до квадратуры, для первого случая (1 балл), точность 0.02 года.

<u>4 этап – 2 балла.</u> Определение изменения разницы долгот астероида и Земли γ (1 балл) и времени, оставшегося до квадратуры, для второго случая (1 балл), точность 0.06 года.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

3. Условие. Кометное ядро радиусом 1 км и плотностью 0.5 г/см^3, двигавшееся по параболической траектории относительно Солнца в плоскости эклиптики навстречу Земле, упало на видимое полушарие Луны, высветив в оптическом диапазоне спектра 10% энергии своего падения в течение одной минуты. Во сколько раз стала ярче Луна в небе Земли в это время? Орбиты Земли и Луны считать круговыми, падение произошло в полнолуние (*О.С. Угольников*).

3. Решение. Перед падением на Луну кометное ядро двигалось в Солнечной системе с параболической скоростью

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{L}} = 42.1\ \text{км/с}.$$

Здесь M – масса Солнца, L – расстояние от Солнца до Земли. В этот момент Земля двигалась навстречу комете со скоростью

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{L}} = 29.8\ \text{км/с}.$$

Коль скоро Луна в этот момент была в фазе полнолуния, она также двигалась навстречу комете с геоцентрической орбитальной скоростью v_L = 1.0 км/с. В итоге, селеноцентрическая скорость кометы составляла

$$u_0 = v + v_0 + v_L = 72.9\ \text{км/с}.$$

Перед падением эта скорость еще увеличилась за счет притяжения Луны. Однако, так как вторая космическая скорость на поверхности Луны (2.4 км/с) много меньше скорости u_0, а по закону сохранения энергии в этом случае складываются квадраты скоростей, эффект оказывается очень слабым. С точностью до первого знака после запятой скорость u_0 от притяжения Луны не меняется, оставаясь равной 72.9 км/с. Столь же незначительным оказывается фактор приближения кометного ядра к Земле. Зная плотность и размер кометного ядра, мы можем определить его кинетическую энергию

$$E = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 \cdot \frac{u_0^2}{2} = 5.6\cdot 10^{21}\ \text{Дж}.$$

Здесь r – радиус ядра. По условию задачи, в оптическое излучение переходит часть η этой энергии, высвечиваясь за время t. Отсюда мы получаем среднюю мощность излучения

$$J = \frac{E \cdot \eta}{t} = 9.3 \cdot 10^{18} \text{ Вт}.$$

Определим плотность потока этого излучения на расстоянии Земли:

$$F = \frac{J}{4\pi R^2} = 5.0 \text{ Вт / м}^2.$$

Плотность потока от Солнца в оптическом диапазоне составляет 600 Вт/м^2. Луна слабее Солнца на 14.1^m или в $4.4 \cdot 10^5$ раз, и плотность потока энергии в видимом диапазоне от нее равен $1.37 \cdot 10^{-3}$ Вт/м^2. После падения кометного ядра Луна на минуту станет ярче в 3600 раз.

3. Система оценивания.

1 этап – 2 балла. Нахождение селеноцентрической скорости кометного тела как суммы трех составляющих. Если участник не учитывает орбитальную скорость Луны и ошибается на 1 км/с – оценка уменьшается на 1 балл, если не учтена или неверно учтена одна из двух больших составляющих – этап не засчитывается полностью.

2 этап – 2 балла. Определение мощности оптического свечения Луны после падения кометного ядра. Точность (без учета ошибок на первом этапе) – 5%.

3 этап – 2 балла. Вычисление плотности потока энергии от вспышки на Земле либо соответствующей звездной величины. Точность – 5% (или 0.05^m).

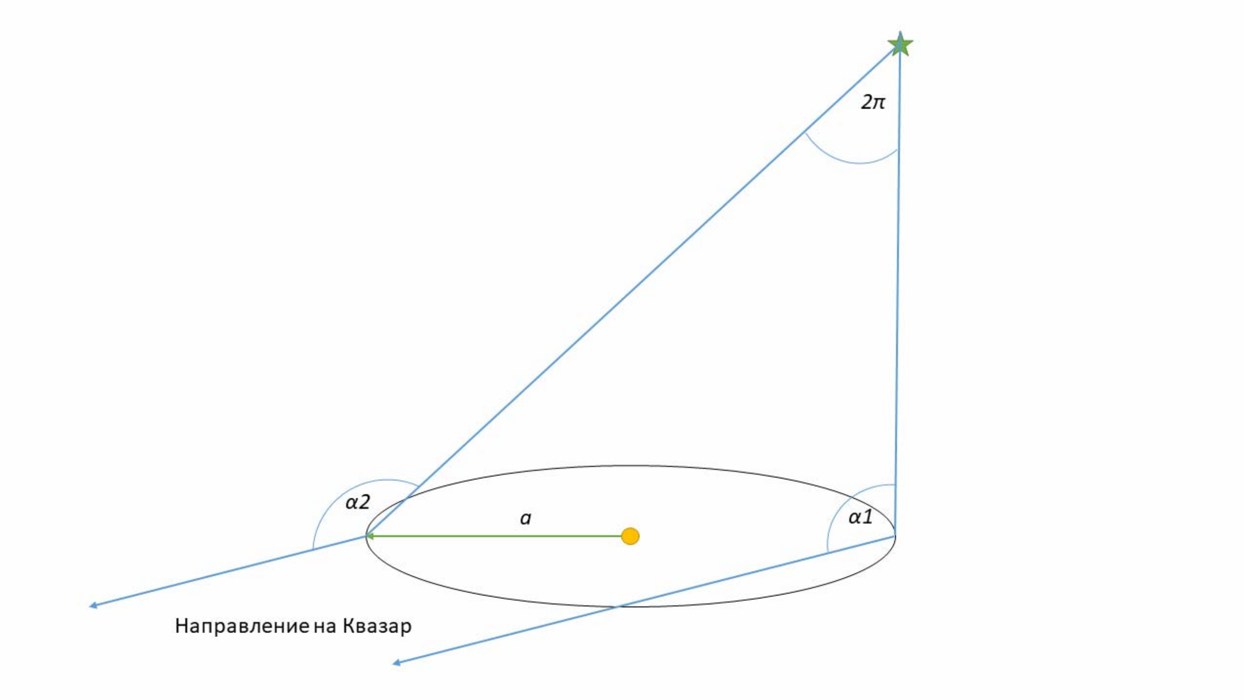
4 этап – 2 балла. Вычисление роста видимой яркости Луны во время вспышки. Точность 10%.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

4. Условие. Космический аппарат Gaia очень точно определяет угловые расстояния на небе. Он находится на продолжении отрезка, идущего от Солнца к Земле, на расстоянии 1.5 миллиона километров за Землей. В ходе работы аппарат измеряет угловое расстояние между далеким квазаром «Опорный» (параллакс объекта равен нулю) и звездой «Исследуемая», которая находится в районе северного полюса эклиптики. В два момента года, когда северный полюс эклиптики, Солнце, Земля и объекты «Опорный» и «Исследуемая» находились в одной плоскости, были получены результаты угловых расстояний: 154.67854647° и 154.67855273°. Найдите расстояние до «Исследуемой» и ее абсолютную звездную величину, если видимая звездная величина равна 14.0^m. Межзвездным поглощением пренебречь (*А.А. Автаева*).

4. Решение. По условию задачи, направление на квазар не меняется (параллакс равен 0). Звезда «Исследуемая» располагается вблизи северного полюса эклиптики, то есть ее параллактическое смещение можно считать окружностью. Она будет оказываться ближе всего к квазару в тот момент, когда эклиптическая долгота аппарата Gaia будет отличаться от долготы квазара на 180°, и дальше его, когда их эклиптические долготы совпадут. Именно эти два момента описаны в условии задачи. Таким образом, наблюдаемый параллакс звезды

«Исследуемая» p есть радиус параллактической окружности или полуразность максимального и минимального углового расстояния, измеренного аппаратом:



$$p = (\alpha_2 - \alpha_1) / 2 = 3.13 \cdot 10^{-6}\,^{\circ} = 11.27 \cdot 10^{-3}\,''.$$

Точность измерения параллакса достаточно высокая, поэтому нужно учесть, что он измеряется не с орбиты Земли, а с расстояния в 1.01 а.е. от Солнца. Поэтому расстояние до звезды в парсеках есть

$$r = 1.01 / 11.27 \cdot 10^{-3} = 89.6 \text{ пк}.$$

Теперь мы можем найти абсолютную звездную величину звезды «Исследуемая»:

$$M = m + 5 - 5\lg r = +9.2.$$

4. Система оценивания.

1 этап – 2 балла. Вывод о том, что наблюдаемый параллакс звезды есть полуразность угловых расстояний до квазара в двух описанных случаях. Должен быть сделан на основе расположения светил на небесной сфере. Если этот факт подразумевается, но не обосновывается – данный этап не засчитывается, остальные оцениваются в полной мере, исходя из их выполнения.

2 этап – 2 балла. Определение параллакса звезды, точность 1%. Он может быть вычислен по отношению к телескопу (и тогда нужно учесть фактор 1.01 далее), либо переведен к земной орбите на этом же этапе решения.

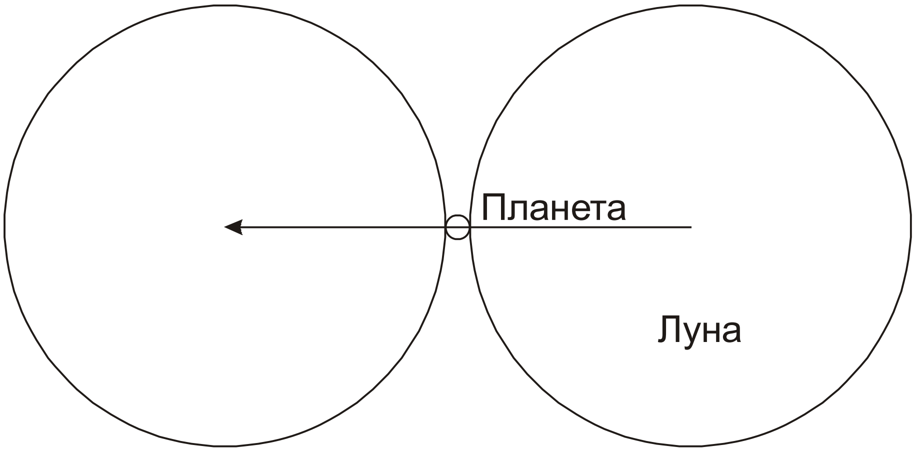
3 этап – 2 балла. Определение расстояния до звезды, точность 1%. Если фактор 1.01 не учтен, и расстояние оказывается на 1% меньшим – данный этап не засчитывается.

4 этап – 2 балла. Определение абсолютной звездной величины звезды, точность 0.1^m.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

5. Условие. Определите максимальную продолжительность покрытия Луной планеты вместе с частными фазами при наблюдении у горизонта с полюса Земли. Для какой планеты и в какой конфигурации достигается этот максимум? Считать, что орбиты планет вокруг Солнца и Луны вокруг Земли лежат в одной плоскости. Помехи от Солнца при наблюдении не учитывать, орбиту Земли считать круговой (*О.С. Угольников*).

5. Решение. По условию задачи, наблюдения проводятся у горизонта с полюса Земли, поэтому движения наблюдателя за счет осевого вращения Земли нет, а расстояние от наблюдателя до Луны равно ее геоцентрическому расстоянию. В этом случае продолжительность покрытия определяется угловыми размерами Луны и планеты и угловыми скоростями их движения среди звезд по земному небу:



В течение центрального покрытия Луна в своем движении относительно планеты должна пройти угловой путь, равный сумме видимых диаметров Луны и планеты, D+d. Длительность покрытия с частными фазами составит:

$$T = \frac{D+d}{\Omega - \omega}.$$

Здесь Ω и ω – угловые скорости движения Луны и планеты. В соответствии со II законом Кеплера в перигее и апогее орбиты угловая скорость Луны положительна и равна

$$\Omega_{\mathrm{P,A}} = \frac{360^{\mathrm{O}}}{T_{\mathrm{L}}}\sqrt{\frac{1 \pm e_{\mathrm{L}}}{(1 \mp e_{L})^3}} \approx \frac{360^{\mathrm{O}}}{T_{\mathrm{L}}}(1 \pm e_{\mathrm{L}})^2.$$

Здесь T_{L} – период вращения Луны по орбите, e_{L} – эксцентриситет орбиты Луны. Видимый диаметр Луны D равен

$$D_{\mathrm{P,A}} = \frac{2R}{L(1 \mp e_{\mathrm{L}})},$$

где R – радиус Луны. Отсюда мы видим, что хотя в перигее видимый диаметр Луны больше, она будет быстрее проходить его по небу, и нам нужно рассматривать случай апогея Луны. Угловая скорость движения Луны в апогее равна Ω_{A} = 11.82°/сут.

Угловая скорость движения планеты по небу ω положительна при прямом движении и отрицательна при попятном (вблизи противостояния внешних планет и нижнего соединения для внутренних).

Чтобы найти максимальную длительность явления, рассмотрим, как на нее влияют факторы угловых размеров и движения планет. Угловой размер планеты увеличивает длительность явления, но даже для планет с самыми большими видимыми размерами (около 60″ для Венеры и 50″ для Юпитера) относительный эффект (*d*/*D*) составляет порядка 0.03. Обратим внимание, что такие большие размеры Венеры и Юпитера соответствуют их попятному движению, когда величина ω отрицательна и длительность покрытия уменьшается.

Эффект движения планеты может повлиять на длительность в существенно большей степени. Очевидно, нас интересует момент максимальной угловой скорости ω, который наступает в верхнем соединении планеты (помехи от Солнца мы по условию задачи не учитываем). Максимальная угловая скорость планеты достигается в ее перигелии и составляет

$$\omega = \frac{v_P + v_0}{r_P + a_0} = \omega_0 \frac{1 + \sqrt{a_0(1+e)/a(1-e)}}{1 + a(1-e)/a_0}.$$

Здесь v и v_0 – орбитальные скорости планеты и Земли, a и a_0 – радиусы их орбит, ω_0 – угловая скорость движения Земли по орбите (0.986º/сут). Максимальная угловая скорость будет у Меркурия (a/a_0 = 0.387, e = 0.206): ω = 2.28º/сут. Таким образом, этот фактор увеличивает длительность на (ω/Ω) ~ 19%, что значительно больше эффекта от видимых размеров планеты. Угловой диаметр Луны для апогея равен 0.491º. В верхнем соединении угловой диаметр Меркурия составляет 5″, что учитывать необязательно. Продолжительность покрытия составляет 1.24 часа.

Необходимо добавить, что в рамках условия задания такое покрытие произойдет в одной точке неба с Солнцем. Однако, продолжительность практически не изменится, если Луна и Меркурий чуть отступят на небе от Солнца, а фактор засветки по условию задания мы в расчет не принимаем. В реальности, Меркурий вблизи верхнего соединения имеет блеск до -2^m, есть примеры его обнаружения в телескоп в 3-5° от Солнца, так что покрытие, близкое к описанному, вполне может наблюдаться.

5. Система оценивания.

1 этап – 1 балл. Правильное выражение для длительности покрытия Луной планеты. Оно должно учитывать угловые скорости как Луны, так и планеты, а также их угловые размеры. Если в решении опускается фактор движения либо угловых размеров планеты – этап не засчитывается.

2 этап – 1 балл. Вывод о том, что основным фактором, влияющим на длительность покрытия, является угловая скорость планеты, а не ее угловой диаметр. Вывод может быть сделан в явном виде или на основе вычислений для разных планет с учетом обоих факторов.

3 этап – 2 балла. Указание планеты, покрытие которой будет наиболее длительным. Выставляется только при правильном ответе – Меркурий, во всех иных случаях этап не засчитывается.

4 этап – 2 балла. Указание правильной конфигурации планеты (верхнее соединение). Ответ «нижнее соединение» либо же просто «соединение», если речь идет о внутренней планете, правильным не является, оба балла не выставляются. Если участник считает, что планета внешняя (то есть, неправильно выполняет третий этап), то за четвертый этап ему выставляется 1 балл, если указывается конфигурация «соединение».

5 этап – 2 балла. Определение максимальной длительности покрытия, точность 0.1 часа. При ошибке до 0.2 часа за этап выставляется 1 балл.

Вероятная неточность при решении: неучет эллиптичности орбиты Луны либо же орбиты Меркурия, то есть фактически решение данной задачи в варианте, предложенном 9 классу (в ответе должно получиться 1.10 часа). В этом случае не засчитывается последний этап решения, остальные этапы оцениваются, исходя из их выполнения. Максимальная оценка в этом случае составляет 6 баллов.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

6. Условие. Перед вами фотография (негатив), сделанная с марсохода Perseverance 2 апреля 2022 года. На фотографии запечатлено затмение Солнца спутником Марса Фобосом. Используя данную фотографию, определите:

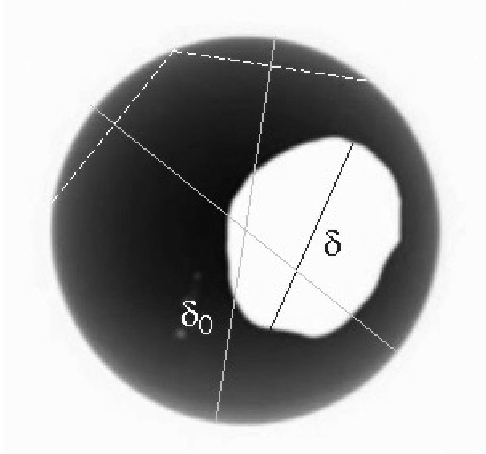
1) Высоту Солнца над горизонтом в момент фотографии (рефракцией пренебречь);
2) Местное солнечное время (по марсианской шкале, солнечные сутки на Марсе делятся на 24 часа аналогично земным).

Считайте, что марсоход находился на экваторе Марса, а орбита Фобоса лежит в плоскости экватора Марса. Орбиты Марса и Фобоса считать круговыми. Фобос имеет форму, близкую к трехосному эллипсоиду, большая ось которого направлена на Марс. Размеры Фобоса составляют 26.8×22.4×18.4 км (*В.Б. Игнатьев*).

6. Решение. Вначале определим угловой диаметр Солнца, на фоне которого марсоход наблюдает Фобос. Учтем, что Марс располагается в 1.524 раза дальше от Солнца, нежели Земля:

$$\delta_0 = \frac{206265'' \cdot 2 \cdot 695500 \text{ км}}{1.524 \cdot 1.496 \cdot 10^8 \text{ км}} = 1260'' = 21.0'.$$

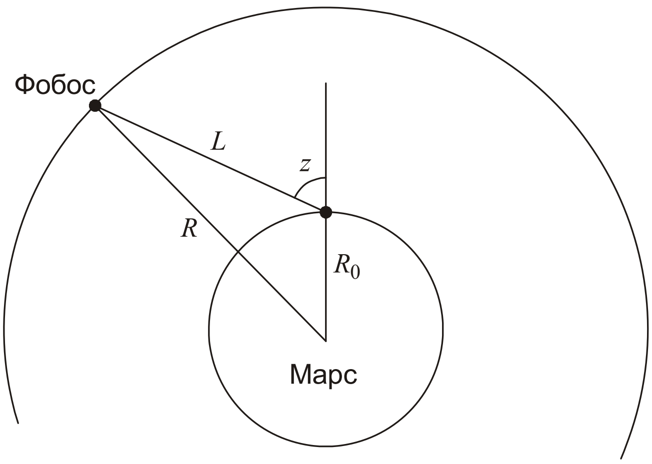
Далее определим видимый угловой размер Фобоса, сравнив его с видимым угловым размером Солнца, который нам уже известен. Сравним размеры Фобоса (большую ось) и Солнца на фотографии. Построение диаметра Солнца лучше всего сделать методом серединных перпендикуляров или найти центр способом параллельных хорд. Из рисунка мы можем получить, что большая ось Фобоса равна примерно 0.52 от диаметра Солнца, из чего мы получаем величину видимой большой оси Фобоса: $\delta = 11.0'$.



Фобос имеет форму, близкую к трёхосному эллипсоиду, большая ось которого направлена на Марс. Размеры Фобоса составляют 26.8×22.4×18.4 км. Это означает, что большая полуось данного эллипсоида направлена к центру Марса, а видимый нам контур Фобоса имеет размеры 22.4×18.4 км. Измеренная величина $\delta = 11'$ или $660''$ соответствует размеру в 22.4 км. Теперь мы можем найти расстояние от точки съемки до Фобоса:

$$L = \frac{22.4\text{ км}\cdot 206265''}{660''} = 7000\text{ км}.$$

Теперь мы можем определить зенитное расстояние Фобоса z в момент наблюдения, зная радиусы Марса ($R_0 = 3397$ км) и орбиты Фобоса ($R = 9380$ км). Из теоремы косинусов имеем:



$$R^2 = R_0^2 + L^2 - 2R_0L\cos(90^\circ + z) = R_0^2 + L^2 + 2R_0L\cos z.$$

Отсюда:

$$z = \arccos\frac{R^2 - R_0^2 - L^2}{2R_0L} = 55^\circ.$$

Высота Солнца и Фобоса над горизонтом в момент съемки равна 35°.

Разберем последний вопрос задачи – определение местного солнечного времени. По условию задачи марсоход находится на экваторе, а плоскость орбиты Фобоса совпадает с плоскостью экватора. Следовательно, для марсохода Фобос будет на большом круге, который называется первый вертикал. Поскольку Фобос затмевает Солнце, то и Солнце находится на первом вертикале, и его склонение равно нулю (само событие происходит в момент равноденствия на Марсе). Высоты Солнца и Фобоса над горизонтом совпадают. При этом Солнце может быть как над точкой востока (первая половина дня), так и над точкой запада (вторая половина дня). Поэтому должно быть два ответа.

Будем выражать солнечное время в марсианских часах. Они не будут равны земным, поскольку длительность солнечных суток на Марсе немного больше, чем 24 земных часа. За одни солнечные сутки на Марсе Солнце делает полный оборот за 24 марсианских часа. В случае, когда Солнце находится к востоку от зенита, то Солнце не дошло до момента полудня на найденное нами ранее зенитное расстояние (55° или 3ч40м). А если Солнце находится к западу от зенита, то это зенитное расстояние уже Солнце прошло с момента полудня. Таким образом, солнечное время может быть равно 8ч20м или 15ч40м.

6. Система оценивания.

<u>1 этап – 1 балл.</u> Определение углового диаметра Солнца для марсохода, точность 1′.

Вероятная ошибка: участник забывает, что на Марсе Солнце имеет меньший угловой диаметр, нежели на Земле, и предполагает его равным 30-32′. Если последующие этапы задания выполняются верно, то видимая большая ось Фобоса окажется равной около 16.5′, расстояние до него – 4700 км, чего не может быть. В этом случае первый этап решения не засчитывается, этапы 2-3 (до вычисления расстояния) оцениваются, исходя из качества их выполнения. Последние два этапа решения в этом случае не засчитываются вне зависимости от результатов. Максимальная оценка не может превышать 5 баллов.

<u>2 этап – 4 балла.</u> Видимая большая полуось Фобоса по рисунку, точность 1′. Этап предполагает точное измерение диаметра Солнца в масштабе рисунка (2 балла, при условии корректного нахождения диаметра на основе геометрических построений, в противном случае оценка уменьшается на 1 балл), сравнение видимой оси Фобоса с диаметром Солнца (точность 0.03 диаметра Солнца) и определения видимой большой полуоси Фобоса (1 балл).

Примечание: участник олимпиады может вести вычисления на основе малой оси Фобоса, что несколько хуже в плане точности, но в целом оправданно. Возможно также усреднение на основе измерения обеих осей.

Примечание: погрешность выполнения данного этапа может существенно сказаться на последующих результатах. В этом случае последующие этапы оцениваются, если погрешность измерений не делают их абсурдными, аналогично ситуации с угловым диаметром Солнца на предыдущем этапе.

Вероятная ошибка: использование величины самой большой оси Фобоса, которая направлена на Марс. Данный этап не засчитывается, остальные оцениваются, исходя из их выполнения.

<u>3 этап – 1 балл.</u> Определение расстояния до Фобоса, точность 500 км.

<u>4 этап – 2 балла.</u> Нахождение зенитного расстояния или высоты Фобоса над горизонтом, точность 10°.

<u>5 этап – 2 балла.</u> Значения солнечного времени съемки, по 1 баллу за каждое, точность 20 минут без учета погрешностей на предыдущих этапах (на этапе 4 она может дать в итоге 40 минут).

Максимальная оценка за решение задания – 10 баллов.

11 класс

1. Условие. Два человека решили отправиться в кругосветное путешествие. Они начали его из одной точки на экваторе Земли. Первый путешественник отправился вдоль экватора, а второй вначале сместился вдоль меридиана до некоторой параллели с ненулевой широтой, сделал оборот вокруг Земли по ней и вернулся по тому же меридиану в начальную точку путешествия. Там он встретился с первым путешественником, завершившим свой один оборот в тот же момент. Определите широту, до которой сместился второй путешественник. Считайте, что скорость путешественников по поверхности Земли постоянна и одинакова, Землю считать сферической (*А.А. Автаева*).

1. Решение. Длина пути первого путешественника равна $2\pi R$, где R – радиус Земли. Длина пути второго путешественника есть

$$L = 2R\varphi + 2\pi R\cos\varphi.$$

Здесь φ – модуль широты, до которой сместился этот путешественник и по которой он сделал оборот по поверхности Земли, выраженный в радианах. Приравнивая длины путей и сокращая на $2R$, мы получаем уравнение:

$$\varphi + \pi\cos\varphi = \pi.$$

Это трансцендентное уравнение можно решить численным подбором, однако существует способ получить довольно точное решение аналитически. Можно видеть, что искомая широта не очень велика. Действительно, если бы второй путешественник сместился в область полюса Земли, его путь был бы вдвое короче пути первого путешественника. Запишем приближенное выражение для косинуса малого угла:

$$\cos\varphi \approx 1 - \varphi^2/2.$$

Тогда мы получаем уравнение для некоторого приближенного значения модуля широты φ_1:

$$\varphi_1 + \pi - \frac{\pi\varphi_1^2}{2} = \pi.$$

Мы знаем, что искомая широта не равна нулю, и получаем $\varphi_1 = 2/\pi = 0.637$ радиан или 36.5°. Это уже неплохое приближение, которое отличается от правильного ответа примерно на градус. Однако мы можем еще более уточнить его. Представим модуль широты φ как сумму приближенного значения φ_1 и некоторой малой добавки $\Delta\varphi$. Тогда из свойств приближенных вычислений мы имеем

$$\cos\varphi = \cos\varphi_1 - \Delta\varphi\sin\varphi_1.$$

Наше уравнение примет вид

$$\varphi_1 + \Delta\varphi + \pi\cos\varphi_1 - \pi\Delta\varphi\sin\varphi_1 = \pi.$$

Решая его, получаем

$$\Delta\varphi = \frac{\pi(1-\cos\varphi_1)-\varphi_1}{1-\pi\sin\varphi_1} = \frac{\pi(1-\cos(2/\pi))-(2/\pi)}{1-\pi\sin(2/\pi)} = 0.0244 \text{ рад}$$

или 1.4°. В итоге, искомая широта есть $\pm 37.9^\circ$. Остается добавить, что точное значение модуля широты составляет 37.83°.

1. Система оценивания.

1 этап – 3 балла. Составление уравнения на величину модуля широты. Может быть сделано в явном виде или использоваться в ходе дальнейших вычислений.

2 этап – 4 балла. Нахождение величины модуля широты, точность 0.2°. Участник может решать уравнение численным подбором либо использовать формулы приближенных вычислений. Если в ходе решения делается первый этап приближения, в результате которого получается значение φ_1 = 36.5° (точность 0.2°), которое трактуется как окончательный ответ – за этап выставляется 3 балла.

3 этап – 1 балл. Окончательный ответ с учетом обеих полушарий. Балл выставляется, если в ответе указаны два значения широты.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

2. Условие. С Земли стартует космический аппарат (КА), который собирается изучить Венеру и Юпитер. Вначале КА отправляется к Венере по энергетически выгодной орбите, далее изучает ее минимум 2 земных года. После этого он должен отправиться к Юпитеру по энергетически выгодной орбите. На момент старта для наблюдателя с Земли Юпитер находится в соединении с Солнцем. Найдите:

1) Время, которое КА должен будет провести рядом с Венерой, прежде чем стартовать на Юпитер;
2) Через какое время после старта с Земли КА окажется на Юпитере.

Все орбиты планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости (*А.А. Автаева*).

2. Решение. КА полетит по гомановской орбите, как по самой энергетически выгодной. Значит в момент прилета КА в перигелии этой орбиты должна оказаться Венера. Найдем время движения по орбите (половина орбитального периода) в годах:

$$t_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{a_\mathrm{E} + a_\mathrm{V}}{2}\right)^{3/2}.$$

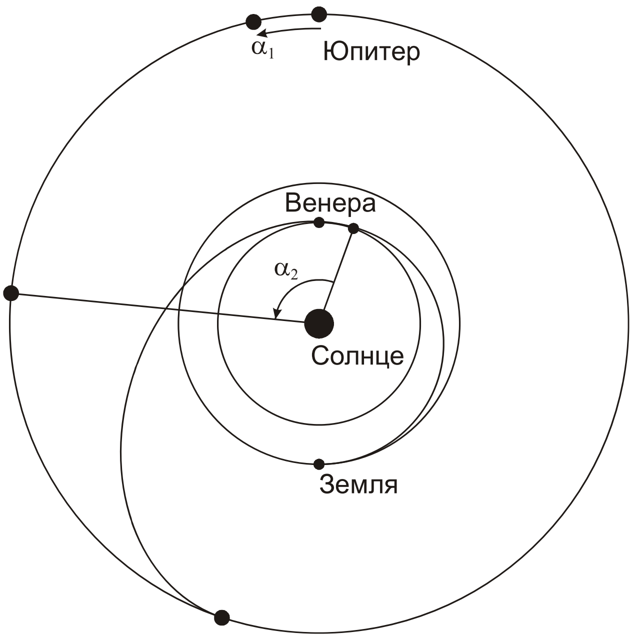
Здесь a_E и a_V – радиусы орбит Земли и Венеры в астрономических единицах. Мы получаем, что перелет длится 0.399 лет. К его окончанию Венера оказалась на той же долготе, что Юпитер в момент старта. Сам же Юпитер за это время сместился по орбите на угол

$$\alpha_1 = 360^\circ \cdot t_1/T_\mathrm{J} = 12.1^\circ.$$

Здесь T_J – орбитальный период Юпитера. Найдем, сколько времени КА должен лететь до Юпитера:

$$t_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{a_\mathrm{V} + a_\mathrm{J}}{2}\right)^{3/2}.$$

Мы получаем 2.550 лет. За это время Юпитер пройдет по своей орбите дугу $360^\circ \cdot t_3/T_\mathrm{J}$ = 77.4°. Таким образом, в момент старта с Венеры Юпитер должен опережать ее в движении по орбите на угол α_2 = 180° – 77.4° = 103.6°.



С ходом времени разница гелиоцентрических долгот Юпитера и Венеры уменьшается, завершая полный круг за один синодический период Юпитера на Венере, равный

$$S = \frac{T_V T_J}{T_J - T_V} = 0.648 \text{ лет}.$$

С момента прибытия на Венеру до отправления с нее должно пройти время

$$t_2 = S\frac{N \cdot 360^{\text{O}} + (\alpha_1 - \alpha_2)}{360^{\text{O}}}.$$

Здесь N – натуральное число. По условию задачи, промежуток t_2 должен быть не меньше 2 земных лет. Мы видим, что минимальное число N, удовлетворяющее этому условию, равно 4 (аппарат проведет на Венере неполных 4 синодических периодов Юпитера), и тогда величина t_2 равна 2.427 лет. Полное время миссии есть

$$T = t_1 + t_2 + t_3 = 5.376 \text{ года}.$$

2. Система оценивания.

<u>1 этап – 2 балла.</u> Расчет времени перелета с Земли к Венере (1 балл) и угла поворота Юпитера по орбите за это время (1 балл). Здесь и далее – точность угловых оценок – 1°, точность временных оценок – 0.01 года.

<u>2 этап – 4 балла.</u> Расчет разности долгот Юпитера и Венеры в момент старта корабля к Юпитеру (2 балла) и времени нахождения аппарата на Венере (2 балла).

<u>3 этап – 1 балл.</u> Расчет времени перелета от Венеры к Юпитеру.

<u>4 этап – 1 балл.</u> Окончательное вычисление полной продолжительности миссии.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

3. Условие. Планета обращается вокруг красного карлика класса M5 по круговой орбите. Осевое вращение планеты синхронизовано с ее орбитальным движением, ось вращения планеты перпендикулярна плоскости орбиты. У одного фермера на экваторе, где центральная звезда располагается в зените, есть прибор, состоящий из абсолютно черного шара с идеальной теплопроводностью и диаметром 2.5 метра, закопанного в землю наполовину, и градусника в шкале Цельсия, что измеряет температуру этого шара. Прибор нагревается от прямого излучения звезды и отдает тепловую энергию с подземной части шара в почву с мощностью 5.5 кВт, при этом показания градусника всегда одинаковы. Других источников нагрева шара, кроме излучения звезды, нет.

1) Найдите показания градусника в шкале Цельсия.
2) Определите расстояние между звездой и планетой, если эффективная температура звезды 2800 K, а радиус звезды составляет 0.20 радиусов Солнца.

Поглощением и рассеянием энергии излучения в атмосфере планеты пренебречь, расстояние приведите в астрономических единицах (*А.А. Автаева*).

3. Решение. Заметим, что в этой системе движение синхронное, а экватор лежит в плоскости орбиты, следовательно, планета всегда повернута к звезде одной стороной, и поток звездного излучения в каждой ее точке постоянный. Тепловая энергия, вырабатываемая прибором, определяется излучением абсолютно черного тела. Так как показания термометра не меняются, ситуация стационарна, и вся энергия, собранная прибором, то есть ровно половина излучаемой шаром энергии, уходит в почву. Используя закон Стефана-Больцмана, определяем температуру:

$$T = \sqrt[4]{\frac{2P}{\sigma\pi d^2}} = 315\ \text{K}.$$

Здесь P – мощность, отдаваемая в почву, σ – постоянная Стефана-Больцмана, d – диаметр шара. Переводя температуру в шкалу Цельсия, получаем +42°C.

Определим теперь плотность потока излучения звезды. Уравнение теплового баланса для шара выглядит следующим образом:

$$\sigma T^4 \cdot \pi d^2 = \frac{\sigma T_0^4 \cdot 4\pi R_0^2}{4\pi a^2} \cdot \frac{\pi d^2}{4}.$$

Здесь R_0 и T_0 – радиус и температура звезды, a – расстояние от звезды до планеты. Упрощая это уравнение, получаем

$$T^4 = \frac{T_0^4 \cdot R_0^2}{4a^2}.$$

Из этого мы получаем ответ:

$$a = \frac{R_0}{2} \cdot \frac{T_0^2}{T^2} = 0.037\ \text{а.е.}$$

3. Система оценивания.

Этап 1 – 1 балл. Вывод о том, что планета всегда повернута к звезде одной стороной, и поток звездного излучения постоянный.

Этап 2 – 1 балл. Вывод о том, что тепловая энергия, вырабатываемая прибором, равна излучению абсолютно черного тела и применим закон Стефана-Больцмана (может быть сделано неявно, просто применением этой формулы) – 1 балл

Этап 3 – 2 балла. Определение температуры шара (1 балл) и ее перевод в шкалу Цельсия (1 балл), точность 2 градуса.

Этап 4 – 2 балла. Правильное уравнение теплового баланса для шара.

Этап 5 – 2 балла. Определение расстояния до звезды, точность 0.02 а.е.

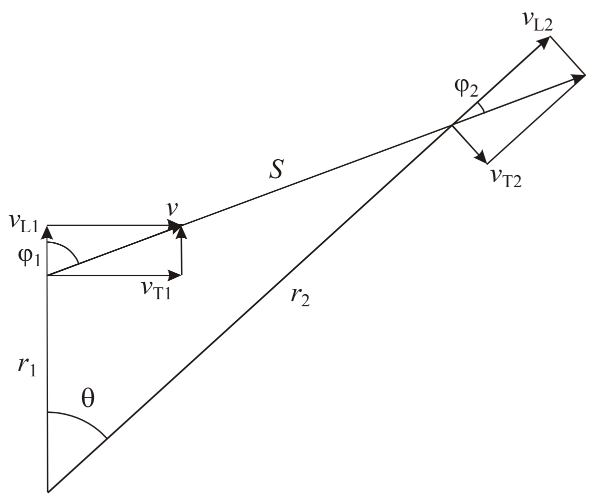
Возможные ошибки:

1) Ошибки в переводе единиц, за неправильные ответы ставится 0 баллов, правильные формулы оцениваются.
2) Перепутаны диаметр и радиус шара. Это влияет на выполнение этапов 3 и 4, оценка за каждый из которых уменьшается на 1 балл.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

4. Условие. В настоящее время некоторая звезда находится на расстоянии 5 пк от Солнца, постепенно удаляясь от него, а отношение величин тангенциальной и лучевой скорости равно 2.5. Чему будет равно аналогичное отношение в момент, когда расстояние между звездой и Солнцем окажется равным 7.5 пк? Какое расстояние успеет пройти звезда от настоящего времени к данному моменту? Движение звезды относительно Солнца считать прямолинейным и равномерным (*А.В. Веселова*).

4. Решение. Поскольку звезда удаляется от Солнца, лучевая скорость положительна, а траектория движения задается с точностью до зеркального отражения. Запишем отношение компонент скорости в оба момента времени:



$$\frac{v_{T1}}{v_{L1}} = \frac{v \cdot \sin\varphi_1}{v \cdot \cos\varphi_1} = \tan\varphi_1 = 2.5,$$

отсюда $\varphi_1 = 68.2^\circ$. Для второго момента времени отношение окажется равным

$$\frac{v_{T2}}{v_{L2}} = \frac{v \cdot \sin\varphi_2}{v \cdot \cos\varphi_2} = \tan\varphi_2.$$

Пусть r_1 и r_2 – текущее и будущее расстояние до звезды. Из теоремы синусов следует, что

$$\frac{r_2}{\sin(180^\circ - \varphi_1)} = \frac{r_1}{\sin\varphi_2},$$

$$\sin\varphi_2 = \frac{r_1}{r_2}\sin(180^\circ - \varphi_1) = \frac{5}{7.5}\sin(180^\circ - 68.2^\circ) = 0.619.$$

Отсюда угол $\varphi_2 = 38.2^\circ$, мы выбираем именно острый угол, так как $\varphi_2 < \varphi_1$. Следовательно, отношение компонентов скорости окажется равным $\tan\varphi_2 = 0.79$. Мы получили ответ на один из вопросов задания.

Угол с вершиной в Солнце между направлениями на два положения звезды равен

$$\theta = 180^\circ - (180^\circ - \varphi_1) - \varphi_2 = 30.0^\circ.$$

Расстояние между двумя положениями звезды оценим по теореме косинусов:

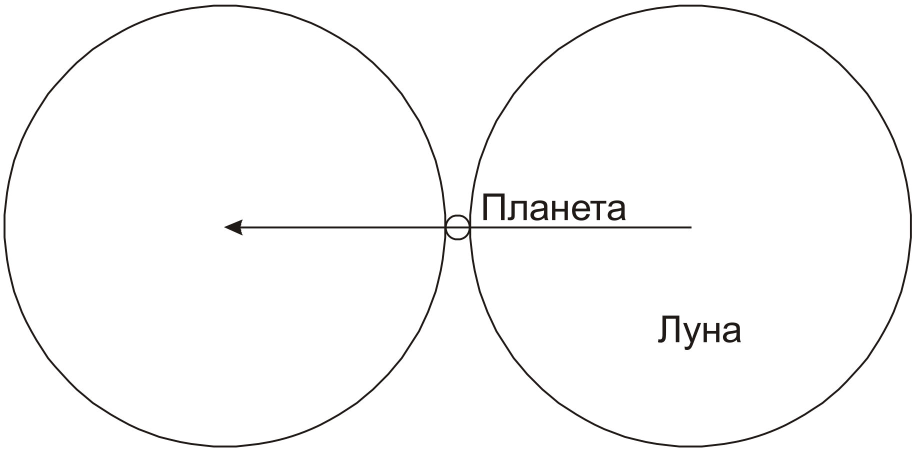
$$S = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\theta} = \sqrt{5^2 + 7.5^2 - 2\cdot 5\cdot 7.5\cdot\cos 30^\circ} = 4.0 \text{ пк}.$$

4. Система оценивания. Решение задания разделяется на две основные части, каждая из которых связана с ответом на один из двух вопросов, каждая часть оценивается в 4 балла. Требуемая точность определения отношения компонент скоростей составляет 0.02, точность определения пути, пройденного звездой – 0.1 пк. Оценка уменьшается на 1 балл за каждое кратное увеличение погрешности. Необходимо отметить, что способ решения участником может отличаться от приведенного выше. Например, путь, пройденный звездой, может быть найден решением квадратного уравнения, образованного теоремой косинусов для того же треугольника, но относительно другого угла.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

5. Условие. Определите максимальную продолжительность покрытия Луной планеты вместе с частными фазами при наблюдении с Земли. Для какой планеты и в какой конфигурации достигается этот максимум? Считать, что орбиты планет вокруг Солнца и Луны вокруг Земли лежат в одной плоскости. Помехи от Солнца при наблюдении не учитывать, орбиту Земли считать круговой (*О.С. Угольников*).

5. Решение. При наблюдении из некоторой точки Земли продолжительность покрытия Луной планеты определяется угловыми размерами Луны и планеты и угловыми скоростями их движения среди звезд по земному небу:



В течение центрального покрытия Луна в своем движении относительно планеты должна пройти угловой путь, равный сумме видимых диаметров Луны и планеты, $D+d$. Длительность покрытия с частными фазами составит:

$$T = \frac{D+d}{\Omega - \omega}.$$

Здесь Ω и ω – угловые скорости движения Луны и планеты. При этом надо учесть, что наблюдения проводятся с поверхности Земли, которая сама перемещается как вследствие орбитального движения, так и осевого вращения Земли. В случае планеты осевое вращение Земли дает малый эффект, так как создаваемая им скорость существенно меньше орбитальных скоростей Земли и планеты. Угловая скорость движения планеты по небу ω положительна при прямом движении и отрицательна при попятном (вблизи противостояния внешних планет и нижнего соединения для внутренних).

Чтобы найти максимальную длительность явления, рассмотрим, как на нее влияют факторы угловых размеров и движения планет. Угловой размер планеты увеличивает длительность явления, но даже для планет с самыми большими видимыми размерами (около 60″ для Венеры и 50″ для Юпитера) относительный эффект (d/D) составляет порядка 0.03. Обратим внимание, что такие большие размеры Венеры и Юпитера соответствуют их попятному движению, когда величина ω отрицательна и длительность покрытия уменьшается.

Эффект движения планеты может повлиять на длительность в существенно большей степени. Очевидно, нас интересует момент максимальной угловой скорости ω, который наступает в верхнем соединении планеты (помехи от Солнца мы по условию задачи не учитываем). Максимальная угловая скорость планеты достигается в ее перигелии и составляет

$$\omega = \frac{v_P + v_0}{r_P + a_0} = \omega_0 \frac{1 + \sqrt{a_0(1+e)/a(1-e)}}{1 + a(1-e)/a_0}.$$

Здесь v и v_0 – орбитальные скорости планеты и Земли, a и a_0 – радиусы их орбит, ω_0 – угловая скорость движения Земли по орбите (0.986º/сут). Максимальная угловая скорость будет у Меркурия (a/a_0 = 0.387, e = 0.206): ω = 2.28º/сут. Таким образом, этот фактор увеличивает длительность на (ω/Ω) ~ 19%, что значительно больше эффекта от видимых размеров планеты.

В случае Луны нам необходимо учитывать осевое вращение Земли, так как его скорость сравнима с орбитальной скоростью Земли. Угловая скорость движения Луны по небу равна

$$\Omega = \frac{|\vec{v}_L - \vec{v}_E|}{L_R},$$

где v_L – орбитальная скорость Луны, v_E – скорость движения наблюдателя на поверхности Земли, L_R – расстояние от наблюдателя до Луны. Нас интересует наиболее длительное покрытие, соответствующее минимальной угловой скоростью Луны. Рассмотрим идеализированную ситуацию, при которой векторы v_L и v_E сонаправлены, а модуль скорости v_E имеет максимальное значение. Оговоримся, что из-за наклона лунной орбиты к экватору Земли такая ситуация не реализуется в точности, однако она может быть близка к ней, если покрытие происходит в тропической зоне Земли вблизи верхней кульминации Луны у зенита. В этом случае расстояние L_R есть разность геоцентрического расстояния Луны L и радиуса Земли R_E. Угловая скорость Луны в этом случае есть

$$\Omega = \frac{v_L - 2\pi R / T_E}{L - R_E}.$$

Здесь T_E – период осевого вращения Земли. В соответствии со II законом Кеплера в перигее и апогее орбиты линейная скорость Луны равна

$$v_{LP,LA} = \frac{2\pi L_0}{T_L}\sqrt{\frac{1 \pm e_L}{1 \mp e_L}} \approx \frac{2\pi L_0}{T_L}(1 \pm e_L).$$

Здесь T_L – период вращения Луны по орбите, L_0 – среднее расстояние от Луны до Земли, e_L – эксцентриситет орбиты Луны. Угловая скорость Луны равна

$$\Omega_{P,A} = \frac{2\pi L_0 (1 \pm e_L) / T_L - 2\pi R_E / T_E}{L_0 (1 \mp e_L) - R_E}.$$

Видимый диаметр Луны D равен

$$D_{P,A} = \frac{2R_L}{L(1 \mp e_L)},$$

где R_L – радиус Луны. Отсюда мы видим, что хотя в перигее видимый диаметр Луны больше, она будет быстрее проходить его по небу, и нам нужно рассматривать случай апогея Луны. Угловая скорость движения Луны в апогее в описанных выше условиях равна Ω_A = 6.22°/сут.

Угловой диаметр Луны вблизи зенита для апогея равен 0.498°. В верхнем соединении угловой диаметр Меркурия составляет 5″, что учитывать необязательно. Продолжительность покрытия составляет около 3.0 часа.

Необходимо добавить, что в рамках условия задания такое покрытие произойдет в одной точке неба с Солнцем. Однако, продолжительность практически не изменится, если Луна и Меркурий чуть отступят на небе от Солнца, а фактор засветки по условию задания мы в расчет не принимаем. В реальности, Меркурий вблизи верхнего соединения имеет блеск до -2^m, есть примеры его обнаружения в телескоп в 3-5° от Солнца, так что покрытие, близкое к описанному, вполне может наблюдаться.

5. Система оценивания.

1 этап – 1 балл. Правильное выражение для длительности покрытия Луной планеты. Оно должно учитывать угловые скорости как Луны, так и планеты, а также их угловые размеры. Если в решении опускается фактор движения либо угловых размеров планеты – этап не засчитывается.

2 этап – 1 балл. Вывод о том, что основным фактором, влияющим на длительность покрытия, является угловая скорость планеты, а не ее угловой диаметр. Вывод может быть сделан в явном виде или на основе вычислений для разных планет с учетом обоих факторов.

3 этап – 1 балл. Указание планеты, покрытие которой будет наиболее длительным. Выставляется только при правильном ответе – Меркурий, во всех иных случаях этап не засчитывается.

4 этап – 2 балла. Указание правильной конфигурации планеты (верхнее соединение). Ответ «нижнее соединение» либо же просто «соединение», если речь идет о внутренней планете,

правильным не является, оба балла не выставляются. Если участник считает, что планета внешняя (то есть, неправильно выполняет третий этап), то за четвертый этап ему выставляется 1 балл, если указывается конфигурация «соединение».

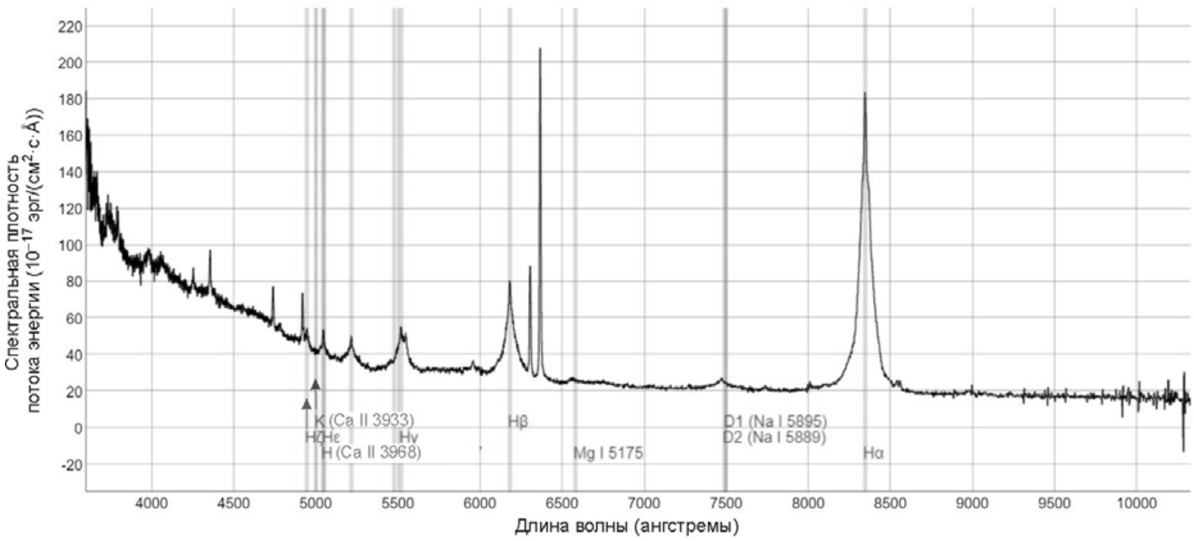
<u>5 этап – 3 балла.</u> Определение максимальной длительности покрытия, точность 0.3 часа. При ошибке до 0.5 часов за этап выставляется 2 балла, при ошибке до 1 часа – 1 балл.

Вероятная неточность при решении: неучет фактора осевого вращения Земли, то есть фактически решение данной задачи в варианте, предложенном 10 классу. В этом случае при правильном ответе (в варианте 10 класса, 1.24 часа) за последний этап выставляется 1 балл, максимальная оценка – 6 баллов.

Вероятная неточность при решении: неучет эллиптичности орбиты Луны либо же орбиты Меркурия. Вкупе с предыдущей ошибкой мы получаем решение данной задачи в варианте, предложенном 9 классу (ответ 1.10 часа). В этом случае последний этап решения не засчитывается, максимальная оценка составляет 5 баллов. Если же делается только вторая ошибка, то при верных расчетах и ответе порядка 2 часов за последний этап выставляется 1 балл, максимальная оценка – 6 баллов.

Максимальная оценка за решение задания – 8 баллов.

6. Условие. При помощи некоторого крупного телескопа и спектрографа получен спектр одного астрофизического объекта (рисунок). Помогите исследователям определить: тип этого объекта, видимую звездную величину в фильтре V, а также расстояние до объекта. На спектре указаны лабораторные длины волн некоторых линий, а спектральная плотность потока задана в системе СГСЭ (1 эрг = 10^{-7} Дж). Считать, что диапазон V включает в себя всё излучение от объекта с длинами волн от 4600 до 6400 ангстрем, и для Солнца в этот диапазон попадает 23% энергии его излучения (*В.Б. Игнатьев*).



6. Решение. Вначале определим тип объекта, спектр которого получен телескопом. Сравнивая длины волн линий с лабораторными, мы видим, что спектр сильно смещенный в красную сторону. Это указывает на внегалактическую природу объекта. А широкое основание эмиссионных спектральных линий говорит нам о том, что перед нами спектр квазара. Определим красное смещение из спектра объекта. Сделаем это, например, по линиям D натрия, средняя длина волны которых λ_0 равна 5892 А. Наблюдаемая длина волны λ равна 7500 А. Отсюда

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = 0.27.$$

Тот же результат мы получим на основе анализа линии K ионизованного кальция, которая в спектре квазара имеет длину волны 5000 А. Воспользуемся законом Хаббла-Леметра, чтобы найти расстояние до квазара:

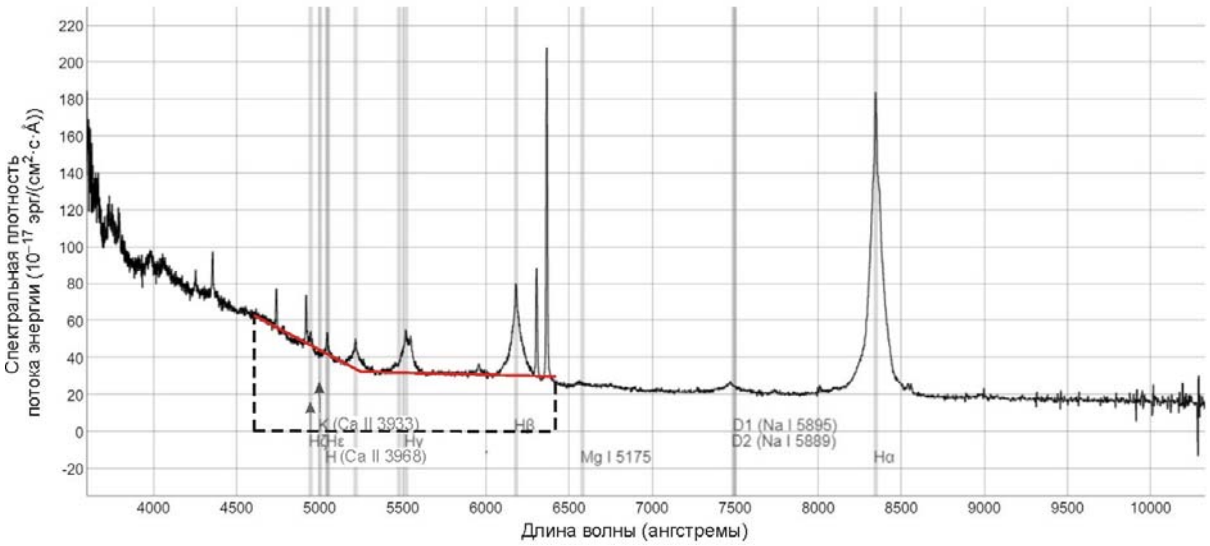
$$R = \frac{v}{H} = \frac{c \cdot z}{H} = 1.2 \text{ Гпк.}$$

Теперь найдем видимую звездную величину квазара. Для этого нам необходимо просуммировать значения потока в спектре квазара в диапазоне длин волн видимого диапазона V от 4600 Å до 6400 Å, то есть найти площадь фигуры, ограниченной по вертикали графиком и линией нулевого потока F=0, а по горизонтали – данными длинами волн. Как видно из графика, хоть у квазара наблюдаются мощные эмиссионные линии, основной вклад в общую плотность потока энергии вносит континуум. В диапазоне V он достаточно четко разделяется на два интервала. В первом – от 4600 до 5250 Å – плотность потока энергии убывает почти линейно, а среднее значение составляет $F_1 = 48{\cdot}10^{-17}$ эрг/(см^2·с·Å). Вклад в общую плотность энергии от этого участка есть

$$J_1 = F_1{\cdot}\Delta\lambda_1 = 48 \cdot 650 \cdot 10^{-17} \text{ эрг/(см}^2{\cdot}\text{с)} = 3.12{\cdot}10^{-13} \text{ эрг/(см}^2{\cdot}\text{с).}$$

На втором участке – от 5250 до 6400 Å – плотность потока энергии в континууме практически постоянна со средним значением $F_2 = 32{\cdot}10^{-17}$ эрг/(см^2·с·Å). Отсюда

$$J_2 = F_2{\cdot}\Delta\lambda_2 = 32 \cdot 1150 \cdot 10^{-17} \text{ эрг/(см}^2{\cdot}\text{с)} = 3.68{\cdot}10^{-13} \text{ эрг/(см}^2{\cdot}\text{с).}$$



Мы можем также учесть вклад наиболее ярких линий. Линия Hδ с длиной волны в спектре квазара около 5200 Å имеет ширину около 100 Å и средний поток на этом интервале $10{\cdot}10^{-17}$ эрг/(см^2·с·Å). Линия Hγ при той же характерной ширине имеет средний поток $20{\cdot}10^{-17}$ эрг/(см^2·с·Å), линия Hβ – $30{\cdot}10^{-17}$ эрг/(см^2·с·Å). Наконец, на длинноволновом краю нашей полосы видны две сильные, но узкие линии со средними интенсивностями (половинами максимума) 30 и 90 единиц и ширинами, которые мы оценим в 20 Å. В итоге, мы имеем оценку общего вклада от ярких спектральных линий:

$$J_3 = ((10+20+30) \cdot 100 + (30+90) \cdot 20) \cdot 10^{-17}\ \text{эрг/(см}^2\text{·с)} = 8.4 \cdot 10^{-14}\ \text{эрг/(см}^2\text{·с)}.$$

Таким образом, поток энергии в линиях составляет всего 12% от потока в континууме. Общая плотность потока энергии равна $J = J_1+J_2+J_3 = 7.64 \cdot 10^{-13}$ эрг/(см^2·с). Учитывая, что 1 эрг есть 10^{-7} Дж, мы можем перевести эту величину в систему СИ: $7.64 \cdot 10^{-16}$ Вт/м^2.

Нам остается найти звездную величину квазара, сравнив полученную плотность потока энергии с солнечной. Про последнюю (J_0) нам известно, что она составляет 23% от общей солнечной постоянной, то есть $3.13 \cdot 10^2$ Вт/м^2. Видимая звездная величина Солнца (m_0 =–26.8) нам известна. Применяем формулу Погсона:

$$m = m_0 - 2.5 \lg (J/J_0) = 17.2.$$

Источник данных:
https://dr16.sdss.org/optical/spectrum/view?mjd=58074&fiberid=154&plateid=7746&zwarning=0&matches=any

6. Система оценивания.

1 этап – 2 балла. Определение типа объекта. Указание квазара оценивается в 1 балл, еще 1 балл ставится за наличие обоснований.

2 этап – 3 балла. Определение расстояния до квазара. Этап подразумевает нахождение красного смещения (достаточно одной линии, точность 0.02, 2 балла) и нахождение расстояния по закону Хаббла (1 балл).

3 этап – 3 балла. Определение полной плотности потока излучения от квазара в спектральном диапазоне V, точность 10%. Участник может производить прямое интегрирование или разбивать диапазон на характерные интервалы, как сделано выше. Если участник не рассматривает вклад спектральных линий, оценка уменьшается на 1 балл. При этом, вероятно, погрешность оказывается больше 10%, но второй балл при этом не снимается.

Возможная неточность при выполнении задания: весь спектральный интервал рассматривается в линейном приближении с расчетом одного среднего или двух крайних значений плотности потока. Этап оценивается не выше 1 балла.

4 этап – 2 балла. Определение звездной величины квазара, точность 0.2^m.

Возможная ошибка участника: использование полной солнечной постоянной либо солнечной постоянной в видимом диапазоне, приведенной в справочных данных. Необходимо понимать, что весь видимый диапазон шире полосы V. Оценка снижается на 1 балл.

Максимальная оценка за решение задания – 10 баллов.